

Mathematikunterricht nach dem 7. Schuljahr - warum eigentlich für alle? ¹

Von LUTZ FÜHRER

Die öffentlichen Reaktionen auf H. W. Heymanns „Szenario eines künftigen Mathematikunterrichts“ und auf die TIMMS-Studie haben es gezeigt: Der landläufige Mathematikunterricht an unseren Sekundarstufen steckt in einer Akzeptanzkrise. Daß dem so ist, hat sehr ernste Gründe, die zu vielleicht einem Drittel innerfachlicher Natur sind, während der größere Teil das Bildungssystem insgesamt gefährdet. Beides muß uns beunruhigen. Es steht nicht nur zu befürchten, daß die herkömmlichen Understatements bzgl. allgemeinverbindlicher „höherer“ mathematischer Unterrichtsinhalte oberhalb des Bürgerlichen Rechnens und der Deskriptiven Stochastik nicht mehr ausreichen werden, die Verteilungskämpfe der nächsten Jahre schadlos zu überstehen. Nein, schlimmer noch: Unser Mathematikunterricht ist wegen seiner vermeintlich erwiesenen Drittklassigkeit längst zum Paradigma populistischer Fragen nach dem Nutzen höherer Bildung für alle avanciert.

Wer heute höhere Bildung für die Allgemeinheit und insbesondere allgemeinverbindlichen „höheren“ Mathematikunterricht rechtfertigen will, sollte erst einmal schauen, mit welchen Hindernissen, Verdrehungen und Entstellungen er zu rechnen hat. Dies gilt für die bildungspolitische Großwetterlage ebenso wie für die Zustände an den Schulen. Höhere Bildung und „höherer“ Mathematikunterricht für alle geraten überdies in Zeiten materieller Zwangsmaßnahmen in dieselbe Begründungsschwierigkeit: Sie sind nicht wirklich überzeugend aus persönlichem oder wirtschaftlichem Nutzen zu rechtfertigen. Die meisten Anwendungsbeispiele aus Alltag, Technik und Wirtschaft wirken nun einmal gekünstelt oder arg spezialistisch. „Höherer“ Unterricht für alle setzt einen gesellschaftlichen Konsens darüber voraus, daß allgemeinbildende Schulen mehr als Grundfertigkeiten und Glaubensregeln vermitteln sollen und müssen. Eben dieser Konsens ist heute in Gefahr, eingespart zu werden - nicht nur zum Schaden der Mathematik.

Ein Megathema im Schauspielhaus

„Mit einer Grundsatzrede im Berliner Schauspielhaus hat Bundespräsident Ro-

¹Überarbeitete und ergänzte Fassung eines Vortrags auf der Herbsttagung der Mathematischen Gesellschaft in Hamburg am 7. November 1997 und im Seminar für Didaktik der Mathematik an der Universität Bielefeld am 25. November 1997. (Stand: 24. Jan. 98) Bis zur Fertigstellung des Manuskripts lag die TIMS-Oberstufenstudie noch nicht vor, deshalb ist mit TIMSS im folgenden stets TIMSS 7/8 gemeint.

man Herzog gestern einen neuen Aufbruch in der Bildungspolitik gefordert. Herzog sprach auf einem Forum der drei Berliner Universitäten...“ beginnt der Leitartikel des Bonner General-Anzeigers vom 6. November 1997. In seiner Rede hatte Herzog einige der bekannten Mißstände kritisiert und anschließend die folgenden sechs Kernthesen erläutert: „Ich glaube an die Zukunft eines Bildungssystems, das sich durch sechs Eigenschaften auszeichnet: das erstens wertorientiert² und zweitens praxisbezogen ist, das drittens international und viertens vielgestaltig ist, das fünftens Wettbewerb zuläßt und sechstens mit der Ressource Zeit vernünftig umgeht.“ (Zitiert nach „Die Zeit“ vom 7. Nov. 1997, S. 50.) Sogar die Boulevard-Presse hatte sich Herzogs Mahnrufe zu eigen gemacht. In der Bild-Zeitung vom 4. November wurde er u.a. mit den folgenden Worten zitiert: „Allgemein gesagt: Wir müssen wieder das beste Bildungssystem in der Welt bekommen. Konkret: Wir müssen die Lehrpläne von unnötigem Stoff entrümpeln, damit der wichtige Stoff gelernt werden kann. Wir müssen die Ausbildungszeiten abkürzen, und wir müssen endlich die Dinge lehren, mit denen man später im Berufsleben etwas anfangen kann...“ Es ist hier nicht der Ort, die Rede des Bundespräsidenten im einzelnen zu kritisieren, obwohl manches Detail allzu pragmatisch, elitär oder wertkonservativ klang. Wichtiger ist, daß Bildung in jener Woche kurzfristig zum „Megathema“ (Herzog) in den Medien avancierte. Bedenkt man freilich, daß in derselben Woche Gießener Studenten fast unbemerkt, weil friedlich in den Streik gegen unhaltbare Zustände eines immerhin wichtigen Teils unseres Bildungssystems getreten sind, dann wird skizzenhaft deutlich, in welcher schwelender Krise sich unser Bildungssystem tatsächlich befindet.

Schon am Wochenende zuvor hatte Arbeitgeberpräsident Dieter Hundt beim ostwestfälisch-lippeschen Unternehmertag in Bielefeld mit Herzogs Schlagwort von der bevorstehenden „Wissengesellschaft“ einen Startschuß gegeben, der den durchgreifend sparsamen Ansatz künftiger Bildungspolitik ahnen läßt:

„Das Land der Dichter und Denker ist auf dem Weg in die bildungspolitische Drittklassigkeit. Hier - und nicht bei der Lehrstellensituation - ist das Wort Katastrophe angebracht. Wir schaffen den Weg in die Wissensgesellschaft nicht, wenn unsere Kinder die grundlegenden Kulturtechniken Rechtschreibung und Rechnen immer weniger beherrschen.“ (Bonner General-Anzeiger vom 4.11.97.)

Ist bildungspolitische Drittklassigkeit nur noch ein Problem der Alphabetisierung? Entrümpelung, wichtiger Stoff, kürzere Ausbildungszeiten und Nützlichkeit als Landmarken bildungspolitischer Visionen fürs nächste Jahrtausend? Mir scheint, daß die neue Bildungsdiskussion gründlich schief läuft, indem sie ablenkt: ablenkt von der Lehrstellenmisere, ablenkt von den sozialen Folgen der Globalisierung des Arbeitsmarktes, ablenkt von den Ursachen der öffentli-

²In der Frankfurter Rundschau vom 6.11.97, S. 14, ist die gleiche Passage mit „westorientiert“ statt „wertorientiert“ zitiert. Ist das wirklich nur ein Druckfehler? Wird uns nicht tatsächlich von Realpolitik und Meinungsmedien nahegelegt, die dramatische soziale Spaltung zwischen breiter Bevölkerung und Geldelite in Frankreich, England und USA als zukunftsweisend nachzuahmen? (Vgl. dazu „Die Zeit“ vom 7.11.97, S. 51-55.)

chen Finanznöte, ablenkt von der Entsolidarisierung der Gesellschaft. Geistige Sparsamkeit ist nicht die natürliche Kehrseite finanzieller Sparzwänge, sondern ein klassizistisches Hausmittel der Entsolidarisierung zwecks Macht- und Besitzkonzentration. Der Bundespräsident hätte es nicht besser treffen können: Diese Bildungspolitik gehört ins Schauspielhaus. Sie erklärt Erosion, Mangel und Verfall der Breitenbildung zu Tugenden. Sie münzt Bildung in Kleingeld um: Wissen und Glauben sollen Nichterben künftig wieder reichen.³

Es ist absehbar, daß die öffentlichen Finanzen zur weiteren „Straffung“, Effektivierung und Verknappung des Bildungsangebots zwingen werden. Man mag es bedauern, aber die unvermeidlichen Verteilungskämpfe werden unter zweifelhaften Schlagwörtern stehen, alten oder neumodischen Schlagwörtern, die leider auch der Herr Bundespräsident in seiner Rede bemühte: Wissen als „wichtigste Ressource in unserem rohstoffarmen Land“, Bildung als „Schlüssel zum Arbeitsmarkt“, Schlüsselqualifikationen, „praktische und theoretische Begabungen“, angeblich behinderte Talente, Eliten zur Rettung der Wirtschaftskraft, „Kosten-Nutzen-Denken“ auch im Bildungsbereich, Wertevermittlung, Öffnung, Differenzierung, Privatisierung, Internationalisierung, Dienstleistung, Praxis- und „Kundenorientierung“, Vernetzung, „Freiräume für Kreativität und Farbigkeit“, „Entrümpelung“, Konzentration und kommerzialisierte „Modularisierung“ des Bildungssystems. Müssen wir uns die künftige „Wissengesellschaft“ als eine solche vorstellen, in der jeder über Grundfertigkeiten im Lesen, Schreiben, Rechnen und Datensurfen verfügt, in der aber nur noch wenige Zugang zu höheren Bildungs„modulen“ bekommen oder ererben, eine „Wissengesellschaft“, in der allgemeine Bildung auf das ökonomisch Verwertbare reduziert ist?

„Außerdem ist Bildung ein unverzichtbares Mittel (?) des sozialen Ausgleichs“, hatte der Herr Bundespräsident auch gewarnt, wenn auch eher beiläufig. „Bildung ist der Schlüssel zum Arbeitsmarkt und noch immer die beste Prophylaxe gegen Arbeitslosigkeit. Sie hält die Mechanismen (?) des sozialen Auf- und Abstiegs offen und damit unsere offenen Gesellschaften (Plural?) in Bewegung. Und sie ist zugleich das Lebenselixier der Demokratie in einer Welt, die immer komplexer wird, in der kulturelle Identitäten (Plural?) zu verschwimmen drohen und das Überschreiten der Grenzen zu anderen Kulturen zur Selbstverständlichkeit wird.“ (Zitiert nach „Die Zeit“ vom 7.11.97, S. 49.) Hat der Präsident hier wirklich „Bildung“ oder wieder nur „Wissen“ gemeint? Ich fürchte, auch er oder seine Ghostwriter identifizieren beides leichtfertig, so als ließen

³Um es mit Worten des französischen Sozialwissenschaftlers und Publizisten Jacques Julliard auszudrücken: „Elitäres Denken und Populismus beginnen zu wuchern wie zwei engverwandte Krebsgeschwüre, und das auf der ganzen Oberfläche unseres politischen und gesellschaftlichen Bereichs. Eins nährt sich dabei von der unkontrollierten Entwicklung des anderen. Unsere Eliten, ganz auf sich bezogen, dulden in ihrer Ohnmacht zusehends weniger Widerspruch; und die breiten Schichten wirken immer demoralisierter, vergessen ihre Solidarität, die einst ihre Stärke ausmachte, und sind bereit, sich dem ersten besten Demagogen anzuliefern.“ (Zitiert nach „Die Zeit“ vom 7.11.97, S. 55.)

sich etwa - um nur drei Beispiele zu nennen - der Gesellschaftsfrieden, das soziale Netz oder die sozialen Aufstiegschancen Benachteiligter mit positivem Wissen retten. „Vor einem halben Jahr habe ich einen neuen Aufbruch in der Bildungspolitik gefordert. Bildung, so sagte ich damals, muß in unserem Land zum 'Megathema' werden, wenn wir uns in der Wissensgesellschaft des nächsten Jahrhunderts behaupten wollen.“ (Ebenda.) Mit Begriffsvermengung und Schlagwortdesign mediengerecht verblümt (!), wird hier die existentielle Rolle ideeller Volksbildung auf ökonomisch optimale Wissenszuteilung zurückgestutzt. Das ist gefährlich. Wer die soziale Funktion des allgemeinen Bildungssystems ernst nimmt, darf Bildung nicht mit Wissen und allgemeines Wissen nicht einfach mit nützlichem Wissen identifizieren. Wertorientierungen, die eine humane Demokratie lebensfähig halten könnten und die Herr Herzog mit Recht fordert, sind weniger im Bereich des Gewußten und explizit Lehrbaren als im Bereich des Geglaubten, Empfundenen und permanent zu Erwerbenden anzulegen. Menschenrechte und intellektuelle Redlichkeit dürfen nicht wieder zur Frage des religiösen Bekenntnisses verkommen. Es gibt immer noch zu viele heilige Kriege und Morde. Wie gerade die deutsche Geschichte seit einhundert Jahren lehrt, reichen Verfügungswissen und Religionsunterricht für „die breiteren Schichten“ nicht hin. In einer humanen und sozialen Demokratie muß auch versucht werden, allen möglichst viel von dem zu vermitteln, was Jürgen Mittelstraß einprägsam „Orientierungswissen“ genannt hat, allgemeines Wissen, das Menschenbildung als kulturelle und politische Teilhabe erst ermöglicht. Dieses Wissen ist in der Regel abstrakt und nicht unmittelbar nutzbar, sein Hauptzweck liegt darin, den Einzelnen zum persönlich-kritischen Erwerb rationaler, ideologisch halbwegs unanfälliger Verhaltensweisen, Haltungen und Orientierungen zu befähigen. Dieses Wissen ist kein Spaß, denn es soll ja verpflichten: auf kritische Rationalität, auf geistige Öffnung und vorurteilsarme Neugier, auf Relativierungen und Differenzierungen, auf angemessenen Sprachgebrauch. In Angebotskatalogen marktorientierter Dienstleistungsunternehmen, im gesponsorten Infotainment oder in Modulen irgendeines Baukastensystems der Qualifizierung hat dieses Wissen keine Chance.

Vom Elend des Mathematikunterrichts

Vor zwei Jahren hat ein dpa-Bericht über Hans Werner Heymanns Bielefelder Habilitationsschrift öffentliches Aufsehen erregt und den weiterführenden deutschen Mathematikunterricht in Mißkredit gebracht. Heymanns Kernthesen läßt sich kaum widersprechen, sie lauten (in meiner Formulierung):

1. Das artikulierbare Mathematikwissen durchschnittlicher Erwachsener besteht aus bürgerlichem Rechnen und ein wenig Elementargeometrie.
2. Die mathematische Kultur des bundesdeutschen Normalbürgers ist selbst im Umgang mit diesen Rudimenten kläglich.
3. Weder die heutige wirtschaftliche Rolle noch die gesellschaftliche Bedeu-

Mathematikunterricht nach dem 7. Schuljahr - warum eigentlich für alle?

tung der Mathematik sind im Rahmen eines systematischen Lehrgangs „von Grund auf“ zu verstehen.

Es ist ja wahr, in der TIMS-Studie schnitten die deutschen Siebent- und Achtklässler erbärmlich ab.⁴ Noch schlimmer: Mathematik ist das einzige unser Schulfächer, dessen Fruchtlosigkeit und Engstirnigkeit bisher empirisch überzeugend nachgewiesen werden konnte, jedenfalls bezüglich solcher Allerweltsaufgaben, die beim TIMSS-Test vorkamen und bei denen nur leistungsstärkere Gymnasiasten ein konzeptuelles Verständnis bewiesen, das in Ostasien gang und gäbe ist. Am Nationenvergleich mittels aufwendiger Systemstudien, Schülertests und Videos habe ich gesehen, was öffentliche Meinungsdesigner längst ahnten: Bei uns treten Mathematiklehrer traditionalistisch und stereotyp auf, sie haben die kleinsten Klassen, sie sind am besten bezahlt und im Durchschnitt erheblich älter als ihre Kollegen in allen anderen Ländern. Statt ihre gereifte Professionalität auszuspielen, dressieren sie Kinder oft mit läppischen Frage-Antwort-Versteckspielen, die wirklich keinen Spaß machen. Und das trotz Hugo Gaudig, der diesen Unterricht schon vor hundert Jahren endgültig mit den schmerzhaft wahren Worten entlarvt hatte: „Wer's weiß, fragt - wer's nicht weiß, soll antworten.“

Wie können wir „wieder das beste Bildungssystem der Welt bekommen“, wenn unser Mathematikunterricht so mittelmäßig bis schlecht ist?

„Die japanischen Schüler haben den Unterricht, den sich unsere Fachleute wünschen,“ soll Herr Baumert als führender deutscher TIMSS-Vertreter bei der Vorstellung der Studie mit breitem Presseecho geäußert (und mit weniger Echo anderswo dementiert) haben. Überall konnte man lesen, Videos hätten es an den Tag gebracht: Japanische Lehrer wiederholten zügig selbst und setzten schon dabei Neue Medien wie Videos und Computer ein.⁵ Sie stellten in großen Gesamtschul-Klassen geistreiche Problemaufgaben für kurze Einzel- oder Partnerarbeiten, deren vielfältige Lösungswege anschließend von Schülern präsentiert, erörtert und durchdacht wurden, bevor der Lehrer Wesentliches prägnant hervorhebe und wiederum zügig anwenden lasse.

Ich habe keinen Zweifel, daß ein solcher Unterricht auch bei vielen deutschen Fachleitern für Sekundarschulen gute Noten bekäme, freilich seltener sehr gute. Es ist im Kern guter Frontalunterricht im Stil wohlüberlegter Aufgabendidaktik, mit dem Charme niveaudifferenzierter Lösungsmöglichkeiten und im Wech-

⁴Manche fanden es tröstlich, daß die deutschen Ergebnisse ebenso schlecht waren wie die der angelsächsischen Teilnehmerländer. Das entbehrt nicht einer gewissen Ironie: bezieht unsere Erziehungswissenschaft doch von dort mit schöner Regelmäßigkeit die „neusten“ Begriffe und Innovationsideen.

⁵In einem TIMSS-Video ist das so. Es gehört zu den wenigen heute (Nov. 97) weltweit verbreiteten, obwohl es eine für Japan ganz untypische Mediennutzung zeigt. Tatsächlich stehen japanische Lehrer der Mediennutzung als Unterrichtsmittel ausgesprochen skeptisch gegenüber: Overhead-Projektoren werden strikt abgelehnt, und Computer sind für westliche Verhältnisse ungewöhnlich selten. Von Videos wird zwar ausgiebig Gebrauch gemacht, aber nur zur internen Lehrerfortbildung und -evaluation. (Mündl. Auskunft von Herrn Baumert auf einer TIMSS-Tagung des Hess. KM am 27.11.97.)

sel mit eingestreuten Still- oder Partnerarbeiten, ohne jede Zeit-, Konzentrations- und Niveaufähndung durch Gruppenarbeit,⁶ dafür mit scharf akzentuierten Phasenwechseln. Von dieser Unterrichtsanlage und -struktur ist auch bei uns seit langem bekannt, wozu sie gut ist, daß sie nämlich ausgezeichnet zur Disziplinierung und zur Vermittlung von Kenntnissen und Fertigkeiten in großen Klassen taugt. Sowohl die TIMSS-Aufgaben als auch die TIMSS-Erfolge korrelieren stark mit dieser Unterrichtsform. Die bei uns und in den angelsächsischen Ländern bei Politikern, Didaktikern und Schulräten viel höher geschätzten schülerzentrierten Unterrichtsmodelle sind erheblich störanfälliger und haben sich jedenfalls bei TIMSS nicht bewährt.

⁷ Sollten wir es dann nicht einfach den Japanern nachmachen? Wir könnten es nicht, und wir sollten es nicht. Dafür gibt es mindestens zwei Gründe, einen unterrichtsmethodischen und einen didaktischen. Beginnen wir mit dem ersten: Zu viele gutgemeinte Unterrichtsversuche nach japanischem Muster scheitern tagtäglich daran, daß unsere Schüler einfach nicht mitspielen. Was soll der Lehrer tun, dessen Einstiegsproblem in der anschließenden Still- oder Gruppenphase nicht ernsthaft bearbeitet wird? Wo findet man im heutigen Deutschland 8. Gymnasialklassen, die sich regelmäßig mehrere Lösungswege anhören? Als Standardmedizin wird bekanntlich empfohlen oder gar behördlicherseits verordnet: Der Lehrer möge besser motivieren und mehr Sinn stiften, z.B. durch lebensnahe Anwendungen und Medieneinsatz. Es gibt zahllose Handreichungen, Fachartikel, Videos, PC-Programme und Vorträge, in denen erfolversprechende Beispiele aufgeführt werden. Leider wird nur selten erwähnt, geschweige denn bedacht, daß Highlights aus vielen Gründen nicht zum Dauergebrauch taugen. Die Flächenverwandlung von Polygonen - um das erwähnte japanische Video-Beispiel aufzugreifen - wird vielleicht ein- oder zweimal attraktiver, wenn wir sie auf dem Computer vorführen. Wird sie dadurch sinnvoller? Jede extrinsische Motivation schleift sich rasch ab, zumal andere Fächer und das Fernsehen viel Lebensvolleres zu bieten haben. Mittelfristig hilft nur intrinsische Motivation, die vom Bewußtsein gewachsenen Könnens und Sachverstands lebt. Was tut der

⁶Manche der TIMSS-Videos sollen angeblich belegen, daß Gruppenarbeit im japanischen Unterricht die Regel sei. Was ich davon bisher sah, verdient den Namen nicht, und die Umfrageergebnisse unter den an der TIMS-Studie beteiligten Lehrern sagen das Gegenteil: nur 7% bzw. 1% der getesteten japanischen Schüler gehörten zu solchen Lehrern, die von sich behaupteten, daß sie „in den meisten Stunden bzw. jedesmal“ betreute bzw. unbetreute Gruppenarbeit einsetzten (Beaton u.a., S. 154). Die entsprechenden deutschen Zahlen lauten demgegenüber immerhin 20% bzw. 9%.

⁷Das hindert erklärte Verfechter dieser Modelle natürlich nicht, den bei TIMSS führenden Ländern die besondere Betonung von Schülerzentrierung, Schülerorientierung, Selbsttätigkeit, Entdeckungslernen, Gruppenarbeit, Übungsphasen, Individualbetreuung, Kreativität, Anwendungsbezügen, Projektorientierung und fächerübergreifender Vernetzung unterzuschreiben. Die Originalstatistiken (z.B. Beaton u.a. 1996, S. 140-143 und S. 156, unten) belegen zwar schwarz auf weiß in allen Punkten das genaue Gegenteil, man kann mißliebige Tatsachen aber bekanntlich mit ein wenig Erfindungsgeist, mit selektiver Wahrnehmung, Schuldzuweisungen oder Forderungen nach Methodenreinheit immer in die gewünschte Richtung umfunktionieren.

japanische Mathelehrer? Er stellt die Aufgaben, über die viele unserer Schüler unverhohlen gähnen. Kann der japanische Lehrer sagen, warum über die Flächenverwandlung von Polygonen nicht gähnt werden sollte? Er braucht es nicht. Daß man gut daran tut, mathematische Kompetenzen zu erwerben, und daß der Lehrer weiß, wie das geht, ist für ostasiatische Schüler (noch?) keine gesellschaftsfähige Frage. Jenseits irgendwelcher Sinnfragen gilt innermathematische Kreativität als Tugend (vgl. Beaton u.a. 1996, S. 140-43).

Deutsche Schüler wachsen in einer anderen Gesellschaft auf. Sie gehören nicht nur zur heftigst umworbenen Zielgruppe der Konsumwerbung und Unterhaltungsindustrie, sie werden auch von Politik und Meinungsmedien ständig hofiert, nachdem sie in unserem Jahrhundert von jeder der jeweils fortschrittlichsten Pädagogen zu eigenständigen Persönlichkeiten, Hoffnungsträgern, permanent Hilfsbedürftigen und grundsätzlich Unschuldigen emporstilisiert worden sind. Seit Montessori wurde den Lehrern immer wieder verkündet, sie hätten sich zurückzunehmen und als Helfer zu gebärden. Rousseau habe schon festgestellt, daß Kinder ohnehin die besseren Menschen seien. Weder Kinder noch Kultusminister glauben hierzulande noch, daß Lehrer i. allg. wüßten, wie man die erfolversprechendsten Kompetenzen sinnvoll erwirbt. Wozu bräuchte man sonst auch so viele erziehungswissenschaftliche Experten?

Man kann den deutschen Mathematikdidaktikern sicher ein gerüttelt Maß an Blauäugigkeit vorwerfen, und ich werde das auch gleich noch tun, man sollte ihnen aber nicht unterstellen, sie hielten unsere Schüler für Konfuzianer. Japanische Schüler haben nicht den Mathematikunterricht, den sich unsere Fachleute wünschen. Das kann schon deshalb nicht stimmen, weil in der westlichen Pädagogik seit Jahrzehnten Unterricht nicht mehr als Kunst der optimalen Stoffvermittlung gesehen wird. Was sich DMV, GDM und MNU hauptsächlich wünschen, kann man in ihrer gemeinsamen Stellungnahme zu TIMSS nachlesen:

- systematisches Wiederaufgreifen und Vernetzen von Inhalten,
- mehr selbständiges und aktives Lernen,
- mehr fachübergreifendes Lernen,
- mehr inhaltliches Argumentieren und Problemlösen. (Erklärung der Fachverbände ..., S. 13)

Dahinter steht die ganz „unjapanische“ Einsicht, daß mit unseren Jugendlichen Sinn ausgehandelt werden muß. Und dahinter steht die Hoffnung, daß Lernende sich auch zu anstrengenderen subjektiven Sinnkonstruktionen bereitfänden, wenn wir ihnen deutlicher zeigten, daß und wie mathematisches Wissen zusammenhängt und in Kontexten mehr oder minder starke und intersubjektiv verbindliche Bedeutung hat.

Diese Hoffnung setzt freilich stillschweigend einige sehr optimistische Annahmen voraus:

1. daß nämlich die Schulmathematik solche Sinnkonstruktionen erlaube,
2. daß fast alle Schüler prinzipiell und jederzeit bereit seien, sich um solche Sinnkonstruktionen aktiv zu bemühen,
3. daß nichttriviale kontextuelle Bedeutungen außerhalb der Schule existierten, die auf Schulniveau im wesentlichen faßbar wären,
4. daß diese Bedeutungen die Mühe subjektiv und objektiv lohnten und
5. daß sinnbewußtes Lernen bessere Leistungen bei Aufgaben vom TIMSS-Muster brächte.

Die letzte Annahme läßt sich mit der TIMS-Studie nur über einen Trick vereinbaren: Ohne ernsthafte Analyse der tatsächlich gestellten Testaufgaben werden kurzerhand jene der Kategorie „problem solving“ als Aufforderungen zur mathematischen Problemlösung eingestuft. In den allermeisten Fällen handelte es sich in Wirklichkeit aber nur um vernünftige Aufgabenvariationen, die durchaus frontal trainierbar sind und insofern dem japanischen Frontalunterricht entgegen kamen (beim Abitur entsprächen dem etwa die Kategorien „Reproduktion“ und „Reorganisation“⁸). „Problem solving“ mit „Problemlösen“ statt mit „Aufgaben lösen“ zu übersetzen, ist entweder ein Euphemismus oder eine bewußte Verfälschung der Tatsachen. Das wird auch dadurch gestützt, daß die ostasiatischen Länder laut TIMSS-Statistik in allen Aufgabenkategorien, sowohl bei den Einschleifaufgaben als auch bei den intelligenteren Anwendungen, deutlich führten. Grob gesagt, kann müher alle Teilnehmerländer hinweg eine fast gleichbleibende Korrelation zwischen den Erfolgsanteilen bei rein handwerklichen Aufgaben und solchen, die konzeptuelles Verständnis prüfen, beobachtet werden. Wer das triviale, einpaukbare Handwerk besser beherrschte, hatte auch bei den intelligenteren Anwendungen bessere Chancen. Das entspricht allgemeiner Lebenserfahrung und ist keine Überraschung. Annahme 5 versucht aber, diese Abhängigkeit umzukehren, obwohl die Erfolge beim konzeptuellen Verständnis überall seltener waren als bei Reproduktionsleistungen.

⁸ Was Reproduktion und was Reorganisation ist, hängt natürlich vom vorausgegangenen Unterricht ab. Unter den TIMSS-Aufgaben der Kategorie „problem solving“ gibt es durchaus geistreiche, aber auch viele des folgenden Niveaus: In einem Diskus-Wettbewerb warf der Sieger 61,60 m, der Zweite 59,72 m; wie groß war der Abstand? (Das Ergebnis ist unter den Angeboten 1,18 m, 1,88 m, 1,98 m bzw. 2,18 m anzukreuzen; Nr. 1-5 in TIMSS Mathematical Items, Release Set for Population 2.) Gegeben sind fünf konkrete Punkte mit ihren ganzzahligen Koordinaten; welcher davon liegt auf der Geraden durch (3;2) und (4;4)? (Ebenda, Nr. 1-8.)

TIMSS gibt keinen Beleg für die Vermutung, außermathematische Anwendungsorientierung, Fächerübergreifung und Vernetzung würden zu besseren Testergebnissen führen.⁹ Es ist eher wahrscheinlich, daß die Realisierung der Forderungen der Fachverbände von einem weiteren Abfall der Leistungen im Reproduktionsbereich und einer hoffentlich deutlichen Leistungssteigerung im Reorganisationsbereich begleitet wäre. Die eigentliche Stoßrichtung der genannten Forderungen liegt aber in Bereichen wie kontextuelles Verständnis, Mathematisierung, Transfer, Abstraktion und Problemlösung. Das testen die TIMSS-Aufgaben nur am Rande, und darüber sagen folglich die statistischen Daten der TIMS-Studie herzlich wenig aus.¹⁰

Formen des Mathematikunterrichts, die sich westliche Fachleute wünschen, sind aus guten Gründen primär auf andere Ziele gerichtet, als sie die TIMS-Studie prüfte. Es ist schon erstaunlich, mit welcher Einmütigkeit unsere Bildungspolitiker und Verbandsexperten geringe TIMSS-Fortschritte von Klasse 7 nach Klasse 8 als Indiz für einen schlechten Unterricht nehmen, obwohl der Großteil in expliziter Form gar nicht stattfindet. Was die bewußt inhaltsgleichen TIMSS-Aufgaben für 13jährige in den Klassen 7 und 8 prüfen, ist in unseren Stoffplänen für 8. Klassen überwiegend nicht mehr vorgesehen, und dies ist hinsichtlich einiger Allerweltsthemen ein dicker Fehler.¹¹ Daß es trotzdem am Ende von Klasse 8 bessere Leistungen gab, ist ein eher erfreulicher

⁹ Wer diese Orientierungen ablehnt, kann sich viel eher auf TIMSS berufen: Dinge aus dem täglichen Leben spielen im Mathematikunterricht von 25% der japanischen Achtklässler gar keine Rolle, und bei weiteren 57% nur gelegentlich (Beaton u.a. 1996, S. 161). Japanische Lehrer sehen Mathematik eher formal als deutsche (ebenda, S. 140) und legen deutlich seltener Wert auf außermathematische Anwendungen oder Begründungen (ebenda, S. 143). Dafür schätzen sie kreatives Denken viel höher ein (ebenda, S. 142).

¹⁰ Den Meldungen über gegenläufige angeblich landestypische Ergebnisse der Video-Studien ist aus offensichtlichen methodologischen Gründen mit größtem Mißtrauen zu begegnen: Videos zeigen naturgemäß einzelne Stunden mit einzelnen Klassen und mit einzelnen Lehrern. Und sie zeigen, was sie zeigen, aus einer bestimmten Aufnahmeperspektive. Die Unterrichtsatmosphäre mit ihren zahllosen Understatements, die für die Wahrnehmung von Konnotationen und Sinnbezügen fundamental ist, kann nicht direkt videographiert werden. Sie muß in der Regel anhand schwacher Indizien spekulativ rekonstruiert werden. Das ist zweifellos eine interessante und fachdidaktisch höchst ergiebige Arbeit. Ich bezweifle aber, daß sie wissenschaftliche Belege für Pauschalurteile ergeben kann. Dazu bräuchte es genügend viele kompetente Fachleute, und ich kann mir nicht denken, wo sie herkommen sollten: „Interpretativen Unterrichtsforschern“ fehlt oft die langfristige Unterrichtserfahrung, und professionelle Unterrichtsbeurteiler wie Schulräte, Fachberater oder Fachseminarleiter bekommen aus naheliegenden Gründen eher Schaustunden untypischer Lehrer als alltäglichen Unterricht zu sehen.

¹¹ TIMSS stützt zweifellos all jene Abnehmer der Schule, die seit langem über fehlende Grundfertigkeiten und zu geringes Verständnis in Anwendungssituationen klagen. Offenbar genügt der spiralförmige Aufbau unseres Standardcurriculums nicht, um eine breite Wissensvernetzung und handwerkliche Flexibilisierung bei genügend vielen Schülern zu bewirken. Das „systematische Wiederaufgreifen und Vernetzen von Inhalten“, das die Fachverbände fordern, bezieht sich also auf das explizite Wiederaufgreifen von „schon Gehabtem“ – und hier besteht in der Tat dringender Handlungsbedarf, der sich heute freilich gegen allerlei schönfärberische Kürzungsbestrebungen behaupten muß.

„spiraliger“ Nachreifungseffekt und ohne weiteres kein Grund für Klagen über zu geringe Lernfortschritte.¹²

Auf die eigentlichen Ziele und ihre Begründungen komme ich unten noch zurück. Zuvor möchte ich eine tiefere Schwäche in den übrigen vier Voraussetzungen der Verbandsforderungen offenlegen: Sind diese Voraussetzungen hier oder da nicht erfüllt - das nicht zu erwarten oder wenigstens zu befürchten wäre wohl unrealistisch -, dann muß man entweder die Hoffnung aufgeben oder normative Hilfskonstruktionen einführen, z.B. innerschulische oder gar künstliche Bedeutungszuweisungen, formale Sinngebungen oder Disqualifikationen des Lehrer-verhaltens. In solchen Fällen gewinnen zwei unerfreuliche Probleme wieder Brisanz, die man durch Verweis auf notwendig subjektive Sinn(re)konstruktionen gerade entschärfen wollte: Wie können wir den historisch gewachsenen Unterrichtsinhalten allgemeine, aktuelle und attraktive Bedeutung geben, und mit welchem Recht können wir ablehnende Schüler darauf verpflichten und sie notfalls disziplinieren? Eine wenigstens mittelfristig für die Schulpraxis tragfähige Antwort kann nicht darin bestehen, daß man an den Symptomen oder Unterrichtsformen herumkuriert und inhaltlichen Begründungsfragen ausweicht. Genau damit scheint sich aber das bildungspolitische Krisenmanagement gegen-

¹²Solche Klagen ließen sich mit TIMSS rechtfertigen, wenn gezeigt würde, daß Vergleichsländer mit ähnlichen Curricula wie wir erheblich größere Lernfortschritte erzielten, obwohl auch sie in Klasse 8 auf TIMSS-Themen wie Bruchrechnung, Zahlverständnis, Wahrscheinlichkeiten, Größen, Dreisatz und Verhältnisse nicht oder nicht mehr explizit eingingen. Meines Wissens wurde das bisher gar nicht versucht. Wenn es sich als belegbar herausstellen würde, hätten wir ein weiteres Problem vor uns: Wie kommt es, daß anderswo Schüler Themen viel besser beherrschen, nachdem sie ein Jahr darin nicht unterrichtet wurden?

Unabhängig davon sollte man aber erst einmal die naheliegendere Annahme nach dem schlechten TIMSS-Ergebnis verfolgen, nämlich die genannten Grundkenntnisse und -fertigkeiten in den höheren Klassenstufen wieder explizit aufzugreifen und zu prüfen. Es ist einfach nur populistischer Unsinn, die unvorbereitete Überprüfung längerfristig zurückliegender Stoffe von amtswegen zu verbieten. Und dieser Unsinn gehört besser gestern als heute abgeschafft - das würde nicht einmal Geld kosten.

Vor eilfertigen Übertreibungen ist freilich ebenfalls zu warnen: TIMSS zielt auf einen internationalen Vergleich ab. Die Studie kann nur vergleichen, was überall gelehrt wird. Sie muß sich deshalb testpragmatisch, curricular starr, konservativ und nivellierend verhalten. Vieles, aber bei weitem nicht alles, was TIMSS prüft und prümiert, halten wir für sinnvolles oder gar notwendiges Allgemeinwissen, auch wenn es in den tradierten Curricula noch irgendwann, irgendwo vorkommt und deshalb bei TIMSS unter „curricular valide“ rangiert. TIMSS korreliert mathematisches Verständnis mit guter Performanz im Handwerklichen, inwiefern eins aus dem anderen folge, kann TIMSS aufgrund seiner Anlage als Synchronstudie gar nicht klären. Mathematisches Verständnis, insbesondere auch „höherer“ Schulmathematik ist sicher nicht unabhängig von Grundwissen und -fertigkeiten, es setzt dies aber in viel geringerem Maße voraus, als im Bürokratieinteresse gemeinhin angenommen wird. Wer in der Analysis schlechte Klausuren schreibt, kennt oft die notwendigen Grundgedanken, Vokabeln und Rezepturen aus dem Analysisunterricht gut genug, er scheitert allzu häufig wegen unsicherer Routinetechniken aus der Mittelstufe. Bekanntlich sind viele gute Mathematiker ausgesprochen schlechte und unsichere Rechner. Daß Routineschwächen in der Oberstufe nicht selten entscheidend durchschlagen, hat wenig mit mathematischem Verständnis oder Analysis zu tun, eher mit einer abseitig verselbständigten, antimathematischen Prüfungsbürokratie. (Vgl. dazu Kap. 8.1 in Führer 1997a.)

wärtig zu begnügen: Nach Anhörung einiger Experten und nach Kenntnisnahme einiger Expertisen beschloß die KMK im Juni 1997, auf die TIMSS-Ergebnisse in drei zentralen „Handlungsfeldern“ zu reagieren:

1. Stärkung der allgemeinen Kultur und Wertschätzung des Lernens (Entwicklung einer „Neuen Anstrengungskultur“)
2. Hebung des Stellenwertes der mathematisch-naturwissenschaftlichen Disziplinen in der Gesellschaft
3. Qualität und Organisation des entsprechenden Fachunterrichts an den Schulen (mehr „Wissensakkumulation“ und mehr „kumulierbares Wissen“).

Im Oktober 1997 fragte die KMK bei den angeschlossenen Kultusministerien nach, was dafür inzwischen konkret getan worden sei. Außer kostenbesorgten Absichtsbekundungen (Intensivierung der Fortbildung, Förderung der Kooperation Schule-Hochschule, verstärkte Begabtenförderung u.a. mit Wettbewerben, Verbreitung von Unterrichtsmodellen mit stärkerem Anwendungsbezug über Handreichungen, Materialien usw., Lehrplanbearbeitung) zeichneten sich lediglich Vorhaben zur externen, auch länderübergreifenden Evaluation ab („Konstanzer Beschluß“). Offiziell wird erklärt, man wolle herausfinden, welche Schulen oder Lehrformen warum erfolgreicher seien.

Ich bezweifle, daß das ernstgemeint ist. Warum hätten sich sonst Schulbehörden, Kultusministerien und die KMK so zäh und so lange gegen externe Leistungsvergleiche gesperrt?¹³ Kurzfristig taugen externe Evaluationen jedenfalls dazu, kostengünstigen Erfolgsdruck auf die - gerade erst ausgedehnte - Lehrerarbeit auszuüben, wobei sich der Erfolgsdruck naturgemäß in die Richtungen entfaltet, die am leichtesten „gemessen“, d.h. mit Aufgaben vom TIMSS-Typ getestet, werden können. Das ist Positivismus von der schlimmsten Sorte: Begründungen, Wünsche und Normen werden durch Rechenaufgaben ersetzt, Maßstäbe durch Meßgeräte. Wo materielle Wertsetzungen dominieren, treten halt Qualifizierung und Quantität ungehindert an die Stelle von Qualität. Die gegenwärtigen Anstrengungen zur sog. Hochschulreform zeigen es deutlich, und Goethes Zauberlehrling läßt grünen.

¹³Ein heikler Punkt, den die derzeitige Bildungsdiskussion geflissentlich ignoriert, wird von TIMSS erneut und schmerzhaft eindeutig belegt: In allen Teilnehmerländern korreliert die Testleistung im intranationalen Vergleich stark mit dem Bildungsniveau und Sozialstatus der Eltern. (Beaton u.a. 1996, S. 101ff.)

Die Nullösung

Die naheliegendste, volkstümlichste und mediengerechteste Antwort auf die allgemeine Akzeptanzkrise heißt „Anwendungsorientierung“, in schlichterer, allgemein verbindlicher und „horizontal durchlässiger“ Form mit dem besonders populären Zusatz „lebenspraktisch-anschauliche“. Der Grundgedanke ist bestehend einfach: Wenn die Schulmathematik nur deutlicher zeigen würde, wozu sie gut ist und wie sie im Leben eines jeden Bürgers allgegenwärtig ist, dann könnten nur noch Böswillige an ihrem allgemeinen Bildungswert zweifeln. Leider entstammt der Löwenanteil heutiger Schulmathematik nicht dem Leben heutiger Bürger, sondern dem früherer Spezialisten. Läßt sich das nicht irgendwie zurechtbiegen?

M.Es. war es gerade das eigentliche Verdienst der Heymannschen Arbeit, überzeugend dargelegt zu haben, daß sich weiterführender Mathematikunterricht oberhalb von Bürgerlichem Rechnen, ein wenig Planimetrie und Deskriptiver Statistik nicht aus dem Primat lebensweltlich-anschaulicher Anwendungsorientierung legitimieren läßt. Die „höhere“ Schulmathematik wird im Leben der wenigsten Bürger wirklich gebraucht, und den wenigsten Erwachsenen erscheint sie als allgegenwärtig. Was nun? Entweder man findet bessere Begründungen, oder man erklärt den allgemein verbindlichen „höheren“ Mathematikunterricht für einsparungsreif.

Heymann stellte nun auch fest, daß heute ein tragfähiger und zugleich wissenschaftlich konsensfähiger Bildungsbegriff nicht in Sicht sei. Er entschied sich deshalb für die zweite Alternative, nämlich die allgemeine Pflichtbindung an „höhere“ Elementarmathematik nach Klasse 7 oder 8 zur Disposition zu stellen oder sie wenigstens auf exemplarische Beispiele mit vorkenntnisarmem Zugang zu reduzieren. Das war der Kern von Heymanns provokantem „Szenario eines künftigen Mathematikunterrichts“. Grundlage waren ungefähr folgende Überlegungen: Was allgemeinbildende Schulen allen zu vermitteln hätten, ergebe sich als Gesellschaftsauftrag aus dem Durchschnitt dessen, was Normalbürger wüßten, könnten oder bräuchten. Denn was erwachsene und erfolgreiche Normalbürger i.allg. nicht wüßten, könnten oder bräuchten, sei kaum geeignet, auf das Leben vorzubereiten, über die vorgefundene Welt zu orientieren oder kulturelle Kohärenz zu stiften. Ob Mathematik zu mehr als zu innermathematischem Denken verhelfen könne, sei mindestens seit Lichtenberg bezweifelbar, es hänge jedenfalls von lebensnahen Erfahrungen mit angewandten Mathematisierungen und von einer Unterrichtsatmosphäre ab, die das Fragen, Argumentieren, Nachfragen und Urteilen aus eigener Erfahrung kultiviere. Für eine solche „Neue Unterrichtskultur“ reichten Gegenstände des Bürgerlichen Rechnens und der Zeitungsstatistik, vielleicht noch etwas Elementarstgeometrie und einige Anwendungsbeispiele von allgemeinem Interesse und Belang. Den hochtrabenden Rest, von der Buchstabenrechnung über Pythagoras, Trigonometrie und Vektorrechnung bis zur Analysis, möge man fähigen Interessenten wahlfrei anbieten (in den neuen NRW-Lehrplänen für Gesamtschulen hatten oder haben

Mathematikunterricht nach dem 7. Schuljahr – warum eigentlich für alle?

sie denn auch dank Heymann ein Sternchen; vgl. Heymann 1997). So gewänne man auch die nötige Zeit und Atmosphäre, um die allgemeine Kompetenz in Alltagsmathematik zu heben.

Diese Argumentation hat in Presse, Sparpolitik und bei Talkmeistern der Erziehungswissenschaft großen Anklang gefunden und wird bis heute in der einen oder anderen Form repetiert, in Lightversion z.B. so:

„Der Unterricht (im Fach Mathematik) läuft oft auf mechanisches Nachmachen von Prozeduren hinaus, die nicht wirklich verstanden und begriffen werden. Es gibt zu wenig Anschauung, und es sollte vorrangig gelehrt werden, was man für das tägliche Leben und den Beruf braucht.“ (Prof. Gerhard Glück als „Experte“ zum Aufmacher „Kinder fordern: Tut was für unsere Zukunft“ im Kölner Express vom 5.11.97.)

Natürlich hatte Heymann seine Überlegungen auf ein paar hundert Seiten vorsichtiger und detaillierter ausgeführt. Was ich im folgenden kritisiere, ist weniger Heymann als die eben wiedergegebene Kolportage seiner Gedanken in der einflußreichen bildungspolitischen Öffentlichkeit.¹⁴ Zumindest dort wird regelmäßig von Unterstellungen ausgegangen, um die Reduktion von Allgemeinbildung auf Alltagswissen und Handfertigkeitstraining nicht als bildungspolitische Absicht, sondern als plausible Konsequenz aus angeblichen Tatsachen erscheinen zu lassen. Woher wissen Herr Glück, Herr Heymann und viele andere „Experten“, daß der Unterricht „oft“ auf mechanisches Nachmachen von Prozeduren hinausläuft, „die nicht wirklich verstanden und begriffen werden“? Was soll das heißen: „Prozeduren wirklich verstehen und begreifen“? Ist das nicht manchmal eher gut und manchmal eher hinderlich? Heißt „oft“ hier „zu oft“? Können es die Herren besser? Wissen sie, wie es im Einzelfall und Dauerbetrieb richtig ist? Warum soll „vorrangig“ für den täglichen Lebens- und Berufsgebrauch gelernt werden? Ist das nicht vorrangig Sache des täglichen Lebens und der Berufsausbildung?¹⁵ Wieso gibt es zu wenig Anschauung? Ist die Sucht nach Anschaulichkeit, Alltagsnähe und Materialisierung nicht eher ein Zeichen von geistiger Enge und Provinzialität, und ein Transferhindernis? Und wie paßt das allgemeine Wehklagen über die zunehmende Provinzialität unseres Bildungssystems zu der – von Heymann zu Beginn seines Buches angemerkten und anschließend konsequent ignorierten – Tatsache, daß erhebliche Teile unseres Schulkansons in höherer Elementarmathematik, von der Buchstabenrechnung über Pythagoras bis zur Trigonometrie, internationaler Standard sind? Übrigens auch dort, wo Sek.I-Gesamtschulen die Regel sind, wie etwa in Japan! Ist kulturelle Kohärenz in der Hauptsache eine Frage artikulierbarer Bewußtheit?

¹⁴Meine Kritik an Heymann habe ich in Führer 1997b zusammengefaßt.

¹⁵Vgl. etwa Giesecke 1997

Ich halte Heymanns Rückzug auf einen material-sozialtherapeutischen Bildungsbegriff weder für zwingend noch für überzeugend. Und ich kann insbesondere seiner entscheidenden Grundannahme nicht folgen, daß man einen allgemein unter Wissenschaftlern anerkannten, wohldefinierten Bildungsbegriff brauche, um allgemeine höhere Schulbildung zu rechtfertigen. Die weiterführenden Schulen sind kein Auftrags-Dienstleister - ich habe das oben schon erläutert -, sondern ein kulturelles Subsystem, und die Rechtfertigungsprobleme sind primär nicht wissenschaftlicher, sondern politischer Natur. Etwas drastischer gesagt: Die höheren Schulen sind keine Bedürfnisbefriedigungsanstalten, und das Leben ist keine Anwendungsaufgabe für Wissenschaftler.

Daß Mathematik Menschen unbedingt lebensstüchtiger und zu besseren Denkern mache, mag man glauben oder nicht. „Höhere“ Elementarmathematik pflegt aber den berufbaren Umgang mit Abstraktionen. Dieser Umgang soll Menschen bilden, indem er sie mit bewährtermaßen hochklassigen Beispielen für „höhere“ Denkformen und Begriffswelten vertraut macht. Ob er das im Einzelfall getan hat oder tut, läßt sich empirisch kaum verifizieren, aber auch nicht falsifizieren, weil es sich ggfs. um Langzeitwirkungen handelt, deren maßgebliche Einflußfaktoren nicht hinreichend isoliert werden können. Allgemein akzeptiert ist doch spätestens seit Piaget, daß das Abstraktionsvermögen mit der menschlichen Intelligenzentwicklung reift und daß große Teile des allgemeinen Schulunterrichts nach dem zwölften Lebensjahr, d.h. nach Eintritt in die formal-operationale Entwicklungsphase, darauf angelegt sind, das Abstraktionsvermögen zu fördern und den kindlichen Egozentrismus überwinden zu helfen. Selbstverständlich darf man an diesen Zielen und am Erfolg der entsprechenden schulischen Maßnahmen zweifeln. Wenn aber die Erfolglosigkeit der alltäglichen Bemühungen in unseren weiterführenden Schulen behauptet wird, dann sollte offen dazu gesagt werden, daß es sich um eine prinzipiell unbeweisbare Unterstellung in bildungspolitischer Absicht handelt.

Ganz Analoges läßt sich gegen den eiligen Rückschluß sagen, der von der kläglichen Performanz des normalen Bundesbürgers in alltäglichen Mathematikaufgaben oder Bedeutungsfragen auf verbreitenswerte Lehrinhalte gezogen wird. Welche Veränderungen von Sichtweisen, aktivem Sprachverständnis oder vernünftigen Grundhaltungen durch „höheren“ Mathematikunterricht bewirkt oder begünstigt werden, ist nach wie vor reichlich unklar. Das berechtigt aber nicht ohne ideologische Zutaten zu dem positivistischen Umkehrschluß, der realexistierende weiterführende Unterricht sei wirkungslos und deshalb verzichtbar.

Meines Wissens wurde bisher nirgends ernsthaft zu begründen versucht, unser Mathematikunterricht im Pflichtbereich sei allgemein so schlecht, daß er durch seine Abschaffung nur gewinnen könne. Das soll nicht heißen, wir sollten mit ihm zufrieden sein und die erwähnten Mißstände als unvermeidlich auf sich beruhen lassen. Ohne den ausdauernden Wunsch, vorgefundene Zustände zu verbessern, wäre pädagogisches Handeln absurd. Und die TIMS-Studie samt

öffentlicher Reaktion hat uns noch einmal deutlichst vor Augen geführt, daß unser Mathematikunterricht nicht sonderlich beliebt und auch nicht in jeder Hinsicht optimal oder gottgewollt ist.

Mathematikdidaktisches Zwischenfazit

Wie können wir „wieder das beste Bildungssystem der Welt bekommen“? Diese Frage greift sehr hoch. Ich hatte sie durch eine bescheidenere ersetzt: Wie können wir wieder einen öffentlich akzeptablen „höheren“ Mathematikunterricht für alle bekommen? Die bisherigen Überlegungen haben gezeigt, daß keine leichte Antwort in Sicht ist. Tatsächlich wird jeder Versuch einer tragfähigen Antwort durch verzerrte Wahrnehmungen der Krise erschwert, die sich teils aus Sparzwängen der Öffentlichen Hand, teils aus Verbands- oder Parteideologien, teils auch aus dem unvermeidlichen Populismus der Meinungsmedien erklären lassen. Hinzu kommt noch eine Reihe von Schwierigkeiten, die das Schulwesen unter dem Druck wissenschaftsorientierter Lehrerbildung tradiert oder produziert. Ich werde darauf noch zu sprechen kommen. Zuvor möchte ich die bisherigen Ergebnisse im Blick auf den Mathematikunterricht knapp zusammenfassen:

1. Die öffentliche Wahrnehmung der Krise des Mathematikunterrichts stützt sich gegenwärtig hauptsächlich auf Kolportagen von Heymann 1996 und TIMSS 1997.
2. TIMSS 1997 belegt im internationalen Vergleich, daß zu viele deutsche Schüler der 7. und 8. Klasse sowohl im Bürgerlichen Rechnen als auch in mathematischen Grundfertigkeiten inakzeptabel schwach sind.
3. Bildungs-, Spar- und Arbeitsmarktpolitik begünstigen populistische Forderungen nach lebensweltlicher Anwendungsorientierung, Nützlichkeit und Anschaulichkeit.
4. Heymann 1996 zeigte, daß sich mit diesen Forderungen keine allgemeine Pflichtbindung an „höheren“ Mathematikunterricht rechtfertigen läßt. Ob anderweitige Begründungen möglich sind, läßt Heymanns Arbeit ganz offen.
5. Heymanns Negativresultat wurde in der Öffentlichkeit als Plädoyer für eine Stoffreduktion im allgemeinen Pflichtbereich auf „niedere“ Schulmathematik mißverstanden, die TIMSS-Ergebnisse als paßgerechte Aufforderung, sich auf diese alltäglich anwendbare Mathematik zu konzentrieren. Damit gerät die nicht alltäglich anwendbare Schulmathematik zunehmend in Bedrängnis und Begründungsnot.
6. Forderungen nach stärkerer Motivation, Selbsttätigkeit, Problemorientierung oder Sinnstiftung durch Vernetzung und Fächerübergreif zielen auf

Verständnis durch Sinn(re)konstruktion. Sie begründen ohne weiteres keine allgemeine Pflichtbindung an „höhere“ Schulmathematik, und sie lassen sich nur mit Hilfe reformpädagogischer und fachlicher Setzungen mit den TIMSS-Befunden vereinbaren.

7. Die fragliche Pflichtbindung ist in erster Linie kein wissenschaftliches, sondern ein gesellschaftspolitisches Problem.
8. TIMSS 1997 und Heymann 1996 haben zwar auf curricularen Handlungsbedarf aufmerksam gemacht, sie bieten aber wegen der jeweils vorausgesetzten Einschränkungen keine ausreichende Entscheidungsgrundlage, zumal ihre Befunde einander auf der Stoff- und auf der unterrichtsmethodischen Ebene in erheblichen Teilen widersprechen.
9. Die verbreitete Annahme, man müsse erst im TIMSS-Wettbewerb besser werden, bevor „höheres“ Mathematikverständnis infrage komme, ist eine curriculare Setzung. Sie wird von den beiden erwähnten Studien gar nicht berührt.

Die klassizistische Erblast

Die Wurzeln unseres Mathematikunterrichts reichen sehr weit zurück, in mancher Hinsicht nicht nur bis in die Antike, sondern bis an die Anfänge geschichtlicher Zeit. Eine natürliche, wenn auch ärgerliche Folge dieser Tatsache ist, daß sich das heute verbreitete Mathematikcurriculum eher an rationalen Argumentationen abgeschliffen als direkt aus ihnen ergeben hat. Bildungstheoretische oder fachwissenschaftliche Begründungen haben in aller Regel nur lokale Spuren hinterlassen. Die „höhere“ Schulmathematik ist deshalb ein evolutionär gewachsenes Traditionsgebilde. Trotzdem möchte ich im folgenden versuchen, einige besonders charakteristische Züge aufzudecken.

Das „höhere“ deutsche Staatsschulwesen ist knapp zweihundert Jahre alt und sprach dem Mathematikunterricht von Beginn an eine Rolle als Hauptfach zu. Warum es das tat, läßt sich im einzelnen nicht in drei Worten sagen ¹⁶, ein wesentliches Moment lag aber, jedenfalls nach dem Wiener Kongreß, darin, daß der Mathematik seit dem mittelalterlichen Quadrivium formalbildende Kraft zugetraut wurde, sei es als geistiges Disziplinierungsmittel oder als Vorstufe philosophischer Weltauffassung. Selbst mathematikferne Bildungspolitiker waren im 19. Jahrhundert durchweg bereit, der althergebrachten Tradition von Elementarmathematik als Grundlage (nicht Bestandteil oder Ziel!) höherer Geistesbildung zu vertrauen, soweit sie sich mit alltäglichen oder handwerklichen Anwendungsbezügen begnügte und sich von staatspolitischen, militärischen oder gesamtwirtschaftlichen Fragen fernhielt. Dieses lebensnotwendige

¹⁶Zum Folgenden vgl. etwa Blankertz 1967, Jahnke 1990 und Pahl 1913.

Vertrauen konnte sich die „höhere“ Staatsschulmathematik trotz all der stürmischen Entwicklung in Politik und Fachwissenschaft bis in die Gegenwart erhalten, indem sie die gesellschaftlich-technischen Wirklichkeiten von vornherein zu lokalen Anwendungsproblemen einer globalen theoretischen Weltauffassung erklärte und sich zu einem methodisch optimierten, inhaltlich robusten und äußerlich apolitischen Traditionsgebilde entwickelte.

Unter den gesellschaftlichen Bedingungen des 19. Jahrhunderts konnte sich Mathematik als Pflichtfach an höheren Schulen kaum anders etablieren als durch die Fixierung auf geistige Grundlegung mit formalbildenden Qualitäten. Das wurde von einer ganzen Reihe äußerer Faktoren begünstigt, ich will nur an vier für den Mathematikunterricht besonders wichtige erinnern:

- Das höhere Schulwesen war im 19. Jahrhundert elitär ausgerichtet. Es betraf nur 0,5 bis 1 Prozent der Jugend zwecks Vorbereitung auf den höheren Staatsdienst oder auf Hochschulstudien.
- In neuhumanistischer Bildungsauffassung dominierte – jedenfalls an den ideologisch führenden Gymnasien – altsprachlicher Unterricht.
- Mittelalterliche Lehrgänge der Elementarmathematik nach Euklid oder Boethius verschmolzen nach 1800 mit algorithmischen Vorlieben der konstruktiven, synthetischen und später auch analytischen Geometrie sowie der sog. Algebraischen Analysis ¹⁷ zu logisch-genetischen Rekonstruktionen der Elementarmathematik „von Grund auf“. Hatte man zunächst nur gehofft, damit Grundformen des Denkens vergegenständlichen zu können und damit effektiver trainierbar zu machen, so boten sich zunehmend auch außermathematische wissenschaftliche Begründungen an, die den genetisch-formalen Grundlagenstandpunkt nachträglich als geradezu pädagogisch notwendig verfestigten. Man denke hier nur an die hermeneutische Wissenschaftsphilosophie der Neuhumanisten, an sinnesphysiologische Stützungen idealistischer Weltauffassung, an die fundamentale Rolle von Selbsttätigkeit für das Denken gemäß Rousseau oder Fichte, an den aufkommenden Darwinismus Haeckelscher Prägung („biogenetisches Grundgesetz“), an das zunehmende philosophische Interesse für Grundlagenmathematik (nichteuklidische Geometrien, Hilbert, Grundlagenkrise) und nicht zuletzt an die Wendung der Physik vom Lesen im Buch der Natur zum Hineinschreiben. Grundlagen der Mathematik galten der Form nach seit Pythagoras und Platon als wissenschaftlich vorbildlich, und die Einübung in solche Grundlagen erschien nun geradezu als pädagogisch, historisch und fachlich geboten.
- Mathematik wurde erst in der zweiten Jahrhunderthälfte überwiegend von Fachkräften unterrichtet. Deren Universitätsausbildung war mit dem damaligen Siegeszug der Reinen Mathematik eng verbunden.

¹⁷Vgl. dazu Jahnke 1990.

Man braucht nicht viel Phantasie, um sich vorzustellen, warum dem nur ein schulisches Bild von Mathematik entsprechen konnte, das dem regelhaft Grundlegenden klassizistischer Prägung den Vorzug gegenüber der Verbreitung neuer Erkenntnisse oder gegenüber irgendwelchen Nützlichkeitsbetrachtungen gab. Das inhaltliche Interesse beschränkte sich demgemäß auf die begriffliche Erfassung vermeintlicher Grundformen und auf deren verheißungsvolle Kalkülisierbarkeit. Dies entsprach zwar auch damals nicht dem auf Erkenntnisfortschritt gerichteten Selbstverständnis forschender Mathematiker, konnte aber als vorläufige Zwischenstufe auf dem Weg zum Wissenschaftlerdasein akzeptiert und in Form eines Grundstudiums sozusagen nebenher gelehrt werden. „Höhere“ Schulmathematik hatte in diesem System Grundlagen in Form von Werkzeugen bereitzustellen, die an der Hochschule bei fachlichen Grundstudien an traditionellen Stoffen vorausgesetzt und ausgenutzt werden konnten, um professionelle Standards zu homogenisieren, abzusichern und zu verbreiten, bevor schließlich von einigen wenigen Auserwählten in aktuelleren Gebieten Neues gesucht werden konnte. Ob die solcherart als Werkzeug-Vorstufe begriffene „höhere“ Schulmathematik für sich genommen Sinn mache, war nebensächlich, solange sich die höhere Schule im wesentlichen als Präparandenanstalt des „Mandarinats“ (Ringer) begreifen konnte, d.h. als Vorraum der Hochschule, des gelehrten und höheren Beamtentums, und die Schulmathematik als Vorform und typisches Vorbild der wissenschaftlichen Mathematik.

„Höhere“ Schulmathematik wird auch heute noch weitgehend als eine niedere, irgendwie notwendige oder jedenfalls unschädliche Vorform wissenschaftlicher Mathematik begriffen, obwohl sich beide Triebfedern ihrer Genese im 20. Jahrhundert überlebt haben: Das Abitur ist längst zur Eintrittskarte für zahlreiche nichtstaatliche und nichtakademische Berufswege geworden. Die Hochschullandschaft und auch das schulische Fächerspektrum haben sich erheblich ausdifferenziert, und die „Allgemeine Hochschulreife“ gilt vielen als zweifelhafte Fiktion. Ob Mathematik zu den Grundfesten höherer Allgemeinbildung gehören soll, ist inzwischen – wie oben ausführlich dargelegt – umstritten, dies umso mehr als sich die öffentliche Euphorie über die technische Beherrschbarkeit der Welt, deren Berechenbarkeit der Schulmathematik früher gutgeschrieben wurde, zunehmend in Skepsis verwandelt. Hinzu kommt, daß das öffentliche Verständnis von „Mathematik“ wenig mit dem zu tun hat, was ihre höheren Anteile geleistet haben oder leisten könnten, und fast gar nichts mit dem, was auf Hochschulebene „Mathematik“ heißt.

Sich abzugrenzen liegt in der Natur gesellschaftlicher Subsysteme. Natürlich schlug sich die pragmatische Arbeitsteilung zwischen schulischer und wissenschaftlicher Mathematik sehr bald in einer Tendenz zur Verselbständigung der Inhalte und Begründungen nieder. Nach Verlassen der Hochschule hatten sich die Mathematiklehrer im Schulsystem zu bewähren und zu behaupten. Das war auf Dauer nicht zu leisten, ohne sich von der Rolle als „nur“ Hochschulvorbereiter zu emanzipieren und den Unterrichtsinhalten Eigenwert und Eigenbedeu-

tung zuzuschreiben. Auf Dauer kann der Lehrer sich und andere nicht vom Sinn seines Tuns überzeugen wollen, indem er auf Bedeutungen verweist, die ihm nicht mehr und den meisten seiner Schüler niemals zugänglich sind. Da sich Hochschulmathematiker nur ausnahmsweise darum kümmerten – in größerer Anzahl nur bei der Meraner Reform zu Beginn unseres Jahrhunderts und dann noch einmal anlässlich der Strukturwelle der siebziger Jahre –, entwickelte die Schulmathematik ihren eigenen Korpus, notgedrungen entlang der Traditionslinie „Grundlagen“ und „Formalbildung“, die aber nun zunehmend unabhängig von einschlägigen Folgestudien an der Hochschule begriffen werden mußten.

Die meisten Standardthemen der Sekundarstufe sind zwar über wissenschaftsorientierte Modernisierungs- oder Straffungsargumente im Blick auf ihre hochschulpropädeutische Funktion in die höheren Schulen ¹⁸ eingedrungen, mußten sich aber den vielfältigen wissenschaftsfremden Bedingungen des Schulsystems anpassen, z.B. Elementarisierungszwänge, veraltete Fachkenntnisse des Personals, Prüfungswesen, Zwischenabschlüsse, Berufsabgänge oder auch ganz alltägliche Motivations-, Rhythmisierungs- und Zerstückelungszwänge. So haben seit mindestens hundert Jahren schulische Algebra und Geometrie herzlich wenig mit dem zu tun, was an der Hochschule so heißt und was Lehramtsstudenten dort einüben. ¹⁹ Im wesentlichen vermittelt die Schulmathematik in diesen Bereichen wohl moderne Handwerkszeuge, sie kann diese Handwerkszeuge aber nur auf positives Wissen anwenden, das die Fachwissenschaft bis zum 17. Jahrhundert – also noch vor allen Industriellen Revolutionen – gesammelt hat, weil die oberen Stockwerke, für die hier Fundamente gegossen werden sollen, innerhalb der Schule nicht und von vielen Schülern lebenslang nie erreicht werden. Damit ist klar, daß die schulische Mathematik wissenschaftliche Neugier nur vortäuschen und die Erkenntnismotive der lebendigen Forschung nicht zeigen kann. Alles Entdeckungslernen kann nur subjektiv Neues zutage fördern, inhaltlich geht es um alte Hüte, und dahinter steckt in aller Regel der Mathematiklehrer als Besserwisser und Fehlerfahnder.

Im Materialen haben Schul- und Hochschulmathematik heute wenig gemein. Andere, auch nicht triviale Fächer zeigen übrigens, indem sie ihre systematischen Interessen hinter die erkenntnismäßigen stellen, daß dem nicht notwendig so sein müßte ²⁰. Die in Öffentlichkeit und Lehrerbildungswesen vorausgesetzte Unteilbarkeit der Wissenschaft ist jedenfalls in Mathematik brüchig. Damit wird zugleich die alte Gretchenfrage brisant, ob und wie denn die traditionelle Allianz, in der Schulmathematik, mathematischer Fortschritt, Industriegesellschaft, Aufklärung und wissenschaftliches Zeitalter an ihrem Ansehen zusam-

¹⁸ von den Gymnasien durch Diffusion auch an Real- und Hauptschulen

¹⁹ Für die Geometrie ist das allgemein bekannt, es betrifft aber auch die Mittelstufenalgebra, deren Kern „Algebraische Analysis“ darstellt, obwohl letztere seit der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts als wissenschaftlich überholt gilt (s. Jahnke 1990).

²⁰ vgl. dazu etwa Stewart 1990, S. 11-13, oder das Interview mit G. von Randow in den DMV-Nachrichten, Heft 1, 1997.

mengewirkt haben, inhaltlich überhaupt gedeckt sei.

Von der Beharrlichkeit der Reformkräfte

Darauf gibt es drei idealtypische Antworten, deren Mit- und Gegeneinander die diversen Reformen des mathematischen Unterrichts seit Süverns Zeiten bestimmt hat:

1. Gesteht man zu, daß sich diese Kulturaspekte voneinander entfernt haben, dann kann man das entweder als Substanzverlust hinnehmen und die Schulmathematik auf das allgemein Nützliche zurückstutzen,
2. oder man kann versuchen, den „Modernitätsrückstand“ durch schulische Reformen aufzuholen.
3. Die dritte Möglichkeit besteht darin zu unterstellen, daß „im wesentlichen“ zwar nicht die Inhalte, wohl aber erfolgreiche Verhaltens-, Sprech- und Denkweisen in allen fünf Gebieten übereinstimmen. Diese Lösungsvariante wurde früher meist mit dem Schlagwort „Primat der Formalbildung“ verbunden.

Im Rückblick scheint es so, als wären immer dann, wenn der Staat in eine größere soziale, innenpolitische oder Verteilungskrise geriet, privilegierte Beamten-Gelehrte zur Stelle, um im Namen von Sparsamkeit und Säkularisierung Realpolitik für die Massen zu empfehlen und eine Rücknahme der Breitenbildung auf das Brauchbare, handfest Nützliche, Bodenständige und Heimelige bildungstheoretisch zu rechtfertigen. Dies war nach 1848 so,²¹ nach der Gründerkrise²², in der zweiten Hälfte der Weimarer Zeit²³ und natürlich danach, im Dritten Reich, als die handfeste Anwendungszentrierung ihre bislang größten Triumphe feiern konnte. Gegenwärtig scheint es sich, doppelt begünstigt von der erwähnten Sparpolitik im Bildungswesen und von alltäglichen Reibungsverlusten einer nostalgischen Renaissance der Reformpädagogik, zu wiederholen. Das mag auf den ersten Blick verblüffen, entstammen doch Zuteilungspolitik und Forderungen nach Subjektமானိပိတဝိညာဉ်ပုံစံ ursprünglich höchst verschiedenen bildungspolitischen Lagern. Tatsächlich haben jedoch beide Lager viele ihrer Argumentationsmuster teils angenähert, teils ausgetauscht, indem sie sich z.B. auf objektive Sachzwänge berufen, Ausbildung für das heutige Nadelöhr Arbeitsmarkt als Primärmaßstab hinnehmen und Individualisierung fördern. Ich bin überzeugt, daß die reformpädagogische Restauration – zweifellos wider Willen – reduktionistische Bildungspolitik stützt. Im folgenden Absatz möchte ich das noch etwas näher begründen.

²¹vgl. etwa das Zitat von Friedrich Wilhelm IV in Führer 1997a, S. 80.

²²Man denke hier an immer lautere, wenn auch vorerst erfolglose Forderungen aus Industrie, Handel und Großbürgertum im berühmten Streit um das Berechtigungswesen.

²³Richertsche Reformen.

Wer geglaubt hatte, die Akademisierung der Grund- und Volksschullehrerbildung habe das Schulwesen inzwischen gegen solche Tendenzen immunisiert, findet sich heute widerlegt: Um nicht ins politische Abseits zu geraten, mußte sich die akademisch institutionalisierte westliche Pädagogik seit den siebziger Jahren um ein gesellschaftskonformes Wissenschaftsverständnis bemühen und entpolitisieren. Sie tat das, jedenfalls im Mainstream, indem sie die funktionelle Sicht²⁴ auf das Schulwesen insgesamt gegen empirische, technologische²⁵ oder psychologisch-interpretative Studien von Lernprozessen austauschte. Solche Lernprozesse sind natürlich stärker von subjektiven Sinnkonstruktionen und Bedeutungszuweisungen abhängig als von äußeren Zielsetzungen und Zweckbestimmungen. Je mehr man die Komplexität und Mannigfaltigkeit des Subjektiven z.B. hinter Fehlern, Lern- und Verhaltensschwierigkeiten wahrnimmt und versteht, umso mehr wird man beim pädagogischen Handeln auf Behutsamkeit, Individualisierung, Differenzierung und Zurückhaltung im Affirmativen verwiesen. Um dem moralischen Vorwurf der Instrumentalisierung des Intimen zu entgehen, tritt an die Stelle von Belehrung das Aushandeln von Themen in reformpädagogischer Betonung von Selbsttätigkeit und verdeckter Lehrkunst. Wenn die subjektiven Lernprozesse so vielfältig und kompliziert sind, dann ist jede Eile offenkundig schädlich, und auch Fremdes bedarf der möglichst selbsttätigen Erkundung und organischen Einwurzelung. Tendenziell erscheinen Belehrung, Hinnahme und Gewöhnung dann nicht nur als suspekt, sondern vor allem als fruchtlos. Auf der gegenständlichen Seite bietet es sich geradezu an, den gestiegenen Zeitbedarf dadurch zu rechtfertigen, daß den „Grundlagen“ ein Gebot zur „Gründlichkeit“ vorgeordnet wird. Der utilitaristische Ansatz erscheint in diesem Rahmen schließlich als willkommene Hilfe zum gründlichen Eindringen vom Bekannten ins Neue²⁶ und kann arglos begrüßt werden, weil er aus der Perspektive des lernenden Subjekts eben nicht kritisierbar ist.

Steht also die reduktionistische Tendenz innenpolitischen Verteilungsproblemen historisch nahe, so bekamen fachlich ambitionierte Harmonisierungsprogramme vorwiegend dann Oberwasser, wenn technologische, außenpolitische oder ökonomische Rückstände vom Gelehrten-Beamtentum als bedrohlich wahrgenommen wurden. So war es um 1810 nach Jena und Auerstedt (Humboldt-Süvernsche Reformprogramme), ein wenig auch nach 1900 (Märner Reform) und deutlich von 1957 (Sputnik-Schock) bis in die siebziger Jahre (Vietnam). In diesen Fällen tauchte regelmäßig die Überzeugung wieder auf, Materialbildung und Eingewöhnung in abstraktere Themen und Denkansätze

²⁴Je nach wissenschaftspolitischer Heimat mag man an dieser Stelle auch von ideologisch-funktionellen oder von geisteswissenschaftlichen Sichtweisen sprechen.

²⁵z.B. Lernzielwelle

²⁶Ratichs Faustregel „Hole die Schüler dort ab, wo sie stehen!“ ist wieder sehr beliebt. In diesem Bild bewegen sich a priori nicht die Schüler zum Wissen, sondern Lehrer zu den Unwissenden. Wirkt das nicht eher dilettantisch als „zünftig“? Adam Ries hätte es sicher so gesehen und vielleicht Jesus zitiert: „Lasset die Kindelein zu mir kommen!“

der Mathematik müßten keine Gegensätze sein und irgendeiner Spezialistenbildung vorbehalten werden, diese Tendenzen seien vielmehr nur Zeichen der Verkrustung und Vergreisung der Unterrichtsinhalte. Als Gegenmittel empfahlen sich eine generelle Höherbewertung, eine Ausweitung und vor allem eine „durchgreifende Modernisierung“ mathematisch-naturwissenschaftlicher Bildung, begleitet von Rekonstruktionen der Lehrpläne entlang dem Selbstverständnis der Fachwissenschaften. Daß die erwähnten Reformbestrebungen zu ihrer Zeit jedesmal so rasch und effektiv, wenn auch in wesentlichen Teilen nur vorübergehend, umgesetzt werden konnten, deutet darauf hin, daß sich zumindest im öffentlich-politischen Unterbewußtsein wirtschaftliche Prosperität, Breitenbildung und republikanischer Optimismus tendenziell mit „höherer“ mathematisch-naturwissenschaftlicher Bildung assoziieren lassen oder wenigstens ließen. Die Strukturwelle vor dreißig Jahren hat überdies gezeigt, daß zumindest in der gebildeteren Öffentlichkeit erhebliche Bereitschaft besteht oder bestand, abstraktere Begriffe, Formen und Inhalte der Mathematik auch material, d.h. in Form besonderer Unterrichtsgegenstände, für zukunftsfruchtig und sowohl für ökonomisch als auch für sozial grundlegend zu halten. Ob dieses Potential heute noch vorhanden ist, scheint gegenwärtig weder die Bildungspolitik noch die Fachdidaktiken zu interessieren.

Daß die Euphorie für die Neuen Mathematiken jedesmal nachließ, kann nach den bisherigen Überlegungen nicht verwundern. Die inhaltliche Spaltung zwischen Schul- und Hochschulmathematik war dem höheren Staatschulwesen schon durch die institutionelle Spaltung in die Wiege gelegt, so daß die erstrebten Inhaltsreformen gegen die unvermeidliche Trägheit des Schul- und Ausbildungssystems unmöglich in einer Generation realisiert werden konnten – länger hielten die Aufbruchstimmungen freilich nie an. Der kleinste gemeinsame Nenner, der Modus vivendi, mit dem Schul- und Lehrerbildungssystem nebeneinanderher zu leben gelernt hatten, erwies sich jedesmal als der Stärkere: Schulmathematik ist Grundlage an sich, und Schulmathematik ist inhaltlich nicht mathematische Wissenschaft, aber der Form nach deren Ur-, Vor- und Nachbild. Damit konnte die Schulmathematik der Schule zur inhaltlichen Konsolidierung mit eigenen Sinnkonstruktionen und zur unterrichtsmethodischen Ausgestaltung überlassen werden, jedenfalls bis zur nächsten Gesellschafts-, Wirtschafts- oder Personalbesitzstandskrise.

Im hartnäckigen Glauben an die universell formalbildende Kraft teils pythagoreisch-platonischer, teils algebraisch-technischer „Grundlagen“ konnte sich das traditionelle Standardcurriculum evolutionär entwickeln und sich dabei meist sogar auf lokale ad-hoc-Begründungen beschränken. Sein formalbildender Kern hat auf diese Weise bisher alle Reformbestrebungen überlebt, und auch alle noch so berechtigten Zweifel an seinem außerakademischen Sinn. Wer sich auf formalbildende Grundlagen und eine elitäre Tradition stützen kann, braucht in Zeiten der Bildungsexpansion nicht zu begründen, warum alle den Satz des Pythagoras lernen müssen. Und wer nicht begründet, der kann auch nicht wi-

derlegt werden. Diese Erfolgsstrategie war allerdings auf einen bildungsbürgerlichen Konsens gestützt, der heute schwindet, weil seine Verfechter aussterben oder wenigstens an Einfluß verlieren.

Mathematische Formalbildung für die Guten, Schönen und Wahren ist jedenfalls trotz manch bildungskonservativer Wiederbelebungsversuche nicht mehr konsensfähig:

1. Die humanistisch-elitäre 1%-Begründung des 19. Jahrhunderts kam unter soziale Räder der industriellen Revolutionen.
2. Formalbildung erwies sich in Krisenzeiten wegen ihrer inhaltlichen Ambivalenz als beliebig (ver-) kürzbar.
3. Mit dem Traum einer hermeneutischen „Einheit der Wissenschaft“ überlebte sich gegen Mitte des vorigen Jahrhunderts auch die Hoffnung auf universalistische Menschenbildung durch Theoretizität.
4. Das nachfolgende Schisma der „zwei Kulturen“, einer interpretativ-verstehenden über einer technisch-erklärenden, ist zwar nach wie vor salonfähig, aber längst als ignorant und ökonomisch kurzsichtig entlarvt.²⁷
5. Die curriculare Trennung zwischen einem begrifflich-algorithmischen Formalbildungsprimat der höheren Schulen und einem alltagsweltlich-handwerklichen Materialbildungsprimat für niedere Schulen behindert horizontale Durchlässigkeit.
6. Die galoppierende Rationalisierung der Arbeitswelt verlangt einerseits nach geistig flexibleren Arbeitskräften auf fast allen Beschäftigungsniveaus, andererseits entfremdet sie das Berufsleben zunehmend, teilt, detailliert und abstrahiert die Gegenstandsbezüge. „Rationalisierung“ bedeutet nicht nur Effektivierung, Mechanisierung oder Computerisierung, sondern auch Verkopfung, Entsinnlichung, Kompression, Abstraktion...
7. Die vorletzte große Standortdiskussion, vor 1968 bezogen auf Wirtschaftskraft und militärische Stärke der Westlichen Welt, mündete nach dem Vietnam-Debakel in die pädagogische Überzeugung, Emanzipation und Solidarität gehörten zum Bildungsanspruch. Spätestens seitdem ist ein Formalbildungsprimat für die Guten, Schönen und Wahren ebenso unhaltbar wie ein Materialbildungsprimat für die weniger Begüterten.

Die neuhumanistischen Begründungen eines „Primats formaler Bildung“ sind längst überholt und vergessen. Daß ganzheitliche Menschenbildung durch Formung an der Musterwissenschaft Mathematik zu erfolgen habe, glaubt außerhalb der Mathematikbranche niemand mehr. Trotzdem atmen die „höheren“

²⁷Vgl. dazu ausführlich Kreuzer 1987.

Unterrichtsinhalte und -formen weiter den Geist des 19. Jahrhunderts aus: den Menschen stärken, bessern und läutern durch Infiltration mit kreativem Mathematikerverhalten, d.h. durch freie geistige Entfaltung im Rahmen strengster Gesetze. Der ehemalige Führungsanspruch der Theorie gegenüber dem Leben ist damit auf eine Regulierungsfunktion reduziert. Wo die eine, wahre, harmonisierende Wissenschaft selbst nicht mehr existiert, kann wenigstens noch die Wahrnehmung, Konturierung und Bewältigung der Welt durch Wissenschaftsformen reguliert werden, z.B. durch Einübung in Mathematisierung. Befreiung des Menschen zu sich selbst durch Einübung in logische Rituale quantifizierender Wahrnehmung? Heißt Wissenschaftsorientierung auf Mathematisch nur noch, die Wirklichkeit ins Kalkül ziehen? Darf man Gültigkeits- und Wahrheitsanspruch so ungestraft instrumentalisieren? Läßt sich die allgemeinverbindliche Schulmathematik allein auf Nützlichkeit und Traditionen stützen, im Niederen auf materiale, im Höheren auf ordnungspolitische?

Wir haben schon gesehen, daß diese Strategie nur solange trägt, wie sie sich auf einen stillschweigenden, unhinterfragt tradierten Konsens stützen kann, und daß dieser Konsens zunehmend ins bildungspolitische Kreuzverhör gerät. Wie können wir der außermathematischen Öffentlichkeit noch glaubhaft machen, warum welche „höhere“ Schulmathematik ins Erziehungs- und Bildungsprogramm eines jeden Staatsbürgers gehört?

Konturen einer tragfähigen Begründung

Schon aus Gründen der Globalisierung unserer Lebensumstände verbietet sich ein curricularer Rückzug auf die oben skizzierte Nulllösung. Andererseits ergibt sich aus den historischen Betrachtungen, daß größere Umformungen der mathematischen Schulkultur nur langsam und evolutionär greifen können. Wenn man der „höheren“ Schulmathematik einen politikfähigen Gesamtsinn geben möchte – und das ist angesichts der künftigen Verteilungskrisen sehr empfehlenswert –, dann sind dem bestehenden Traditionsgebilde robuste Zielvorstellungen beizufügen, die zunächst über Akzentverlagerungen und mit möglichst geringen Eingriffen in den überkommenen Stoffplan verfolgt werden können. Radikale, innerfachliche oder feinsinnige Reformvorhaben führen wegen der geschilderten Trägheit des Schulsystems erfahrungsgemäß nur zu entstellenden Kompromissen, die am Ende niemand mehr stringent rechtfertigen kann.²⁸

Gesucht ist also eine Perspektive, unter der sich die „höhere“ Schulmathematik zu einem praktikablen Gebilde entwickeln kann, das sich in der außermathematischen Öffentlichkeit redlich und überzeugend vertreten läßt. Die entscheidende Frage lautet demnach: Kann die schulisch erreichbare „höhere“ Mathematik Besonderes aufzeigen, das mit einiger Aussicht auf gesellschaftlichen Konsens allen Jugendlichen zugemutet werden darf?

²⁸Man denke z.B. an schulische Abbildungsgeometrie, Termumformungen, Kurvendiskussionen, Lineare Algebra der Geraden und Ebenen oder an Würfelbudenstochastik.

In dieser Frage sind mit den Stichworten Besonderes, Konsens und Zumutung drei Rahmenbedingungen gesetzt, mit denen ich mir im folgenden Ab-schweifungen vom politischen Kern des Legitimationsproblems ersparen möchte: Es geht mir hier nicht um Dinge, die der Mathematikunterricht tatsächlich oder vielleicht auch leisten kann und sollte, etwa um ästhetische Aspekte, um Denkenlernen mit dem Segen irgendeiner Kognitionstheorie, um explizites und systematisches Vertiefen, Wiederaufgreifen oder Vernetzen von TIMSS-Aufgaben, um sozialverträgliches Miteinander der Schüler, um die Entwicklung von Sekundärtugenden, um Spaß am Können, um die Infiltration von aufgeschlossenen Jugendlichen mit kreativem Mathematikerverhalten oder um ausgesprochene Begabtenförderung. Es geht vielmehr um konsensfähige Argumente für die bildungspolitische, mathematikabstinente Öffentlichkeit, wie sie insbesondere durch Repräsentanten oder Freunde der „Ersten Kultur“ vertreten wird (vgl. Kreuzer 1987). Und es geht nicht um wahlfreie Lernangebote, sondern um Zumutungen, die seriös gerechtfertigt werden können und deshalb allgemein verbindlich gemacht werden dürfen.

Wie erwähnt gehört der Mathematikunterricht seit zweihundert Jahren zum Pflichtprogramm aller höheren Schulen. Im Grundsatz, wenn auch nicht im Umfang, besteht darüber auch heute noch Konsens, obwohl die ursprünglichen Begründungen teils vergessen, teils auch überholt sind. Mathematik ist sogar unter den Kernfächern ein besonderes: in Umfragen erweist sich Mathematik immer wieder zugleich als das beliebteste aller Fächer und als meistgehaßtes. Dem liegen freilich nicht hohe Informationswerte unseres Faches zugrunde, sondern formale und extrinsische Motive.²⁹ Schulmathematik wird geschätzt und gehaßt, weil sie von unabdingbaren Wahrheiten handelt, deren einziger Belang für zu viele darin besteht, daß „richtig“ und „falsch“ bei den traditionellen Unterrichtsthemen und Prüfungsaufgaben objektiv entscheidbar sind. Und Schulmathematik wird geschätzt und gehaßt, weil sie mit vielerlei Berufschancen verknüpft wird, deren inhaltliche Beziehung zur Schulmathematik oft nur in Einstellungstest oder in später verlangtem Prüfungswissen gesehen wird. Die mathematischen Inhalte fungieren beidemal nur als Mittel zu Beurteilungs- oder Auswahlzwecken. Die angeblich so hochgeschätzten ehernen Wahrheiten selbst erscheinen demgegenüber als temporäre, beliebig austauschbare Hindernisse, die langfristig in der gesellschaftlichen Wirklichkeit belang- und folgenlos sind. Sie dürfen schadlos vergessen werden, und sie werden selbst von Gebildeten schadlos vergessen, sobald die qualifikatorischen Hürdenläufe überstanden sind. Mathematik jenseits von Klasse 7 als besonderes Auslesefach, dessen höchste Qualität in Neutralität besteht? Neutralität gegenüber Menschen und Inhalten? Mathematik als Mietwerkzeug geistiger Formung und gesellschaftlicher Formierung?

Ich glaube, diese Auffassung ist ebenso verbreitet wie illusionär. Daß sich

²⁹Dazu und zum höchst problematischen Wechselspiel von öffentlicher Begeisterung und Verachtung für Mathematik vgl. Führer 1997a.

Formen von Inhalten so abtrennen ließen, daß die Inhalte schadlos vergessen werden könnten, wird nicht dadurch belegt, daß sehr viele Repräsentanten unserer „Ersten Kultur“ zugleich den Bildungswert von „höherer“ Mathematik betonen und Ignoranz gegenüber ihren Inhalten bekennen. Ich bin überzeugt, daß die Inhalte auch noch nachwirken, wenn sie vergessen sind. Zum einen zeigt die allgemeine Lebenserfahrung, daß das Vergessen selbst oft nur im zeitweiligen Verlust von „Speicheradressen“ besteht, und zum anderen haben wir inzwischen aus vielen Wissenschaften eindrucksvolle Belege dafür, daß die Aneignung von Sprach- oder Denkformen grundsätzlich nicht ohne Veränderung der Wahrnehmungen, Denkweisen und Wertsetzungen möglich ist. In diesem leider noch recht weiten Sinne tradieren Formen immer auch Nachbilder der Gegenstände, von denen sie abgezogen sind. In assoziationspsychologischer Ausdrucksweise könnte man sagen: Die Gegenstände, an denen Denkformen gelernt werden, bestimmen wesentlich bei der Anlage von Assoziationsfeldern und Reproduktionstendenzen mit, und insofern richtet sich jede Vergegenwärtigung tendenziell und wenigstens unbewußt an der eigenen Lerngeschichte und an materialen Tradierungen aus. Es ist nicht egal, ob man Hin(ein)sehen, Mitreden und Zurechtdenken an Mathematik, an Naturwissenschaften, an historischen, fremdsprachlichen oder politischen Texten oder an Kunstwerken übt. Weil man nur sieht, was man halbwegs kennt, ist es nicht einmal egal, ob man das Beweisen in der Algebra, in der synthetischen Geometrie oder in der Analysis kennenlernt.

Ich kann nicht sagen, wie der Pythagorassatz in Menschen nachwirkt, die ihn bis auf ein quadriertes ABC vergessen haben. Ich vermute auch, daß man nicht sehr viele überzeugende Antworten bekäme, wenn man unter Mathematiklehrern herumfragte, warum der Pythagoras so wichtig sei.³⁰ Ist er deshalb schon curricular disponibel?³¹ Vorsicht! Er steht vermutlich immer noch weltweit in allen „höheren“ Curricula. Warum ist das so? Etwa, weil er so viele Anwendungen in Mathematik, Physik, Technik und Handwerk hat? Das ist schon deswegen kaum zu glauben, weil nur eine Minderheit diese vielfältigen Anwendungen je zu sehen bekommt, weil der Satz bei Bedarf jederzeit rasch mitgeteilt oder hergeleitet werden könnte und weil z.B. der Kosinussatz oder das Skalarprodukt im Rahmen der euklidischen Geometrie mehr leisten. Trotz der Mathematikern allgemeinen Überzeugung von seiner zentralen Bedeutung erscheint der Pythagorassatz im schulischen Rahmen nirgends als Schluß- oder als Grundstein einer Theorie. Wo der Satz benutzt wird, etwa in den „drei Säulen“ der Oberstufenmathematik, geschieht es in aller Regel wie selbstverständlich unter der Hand.

Daß sich zwei Quadrate unter gewissen Bedingungen zu einem dritten zusammenfügen lassen, ist an sich etwas höchst Artifizielles und läßt mitnichten Fundamentales ahnen. Seine mathematischen Bedeutungen erhellen erst

³⁰ Daß der Satz in den Lehrplänen stehe oder daß man mit ihm viele Aufgaben lösen könne, die man ohne ihn nicht stellen würde, rechne ich nicht zu den überzeugenden Antworten.

³¹ Vgl. etwa die Gesamtschulpläne in Heymann 1997.

in fernerer Kontexten, etwa beim Abstands- oder Winkelmessen, die apriori nichts mit Quadraten zu tun haben. Insofern stellt sich der Pythagorassatz in der Schulmathematik nur als unscheinbares, aber nützliches Werkzeug dar, als Lemma, das eher verbirgt denn zeigt, was es besagt. Trotzdem ahnen auch viele Laien, daß „der Pythagoras“ mehr ist als das, ein mathematisches ABC sozusagen, vielleicht gar eine Metapher für die ganze Mathematik an sich.³² Eine Metapher ist ein bildhafter Ausdruck und Assoziationsstifter für etwas anderes, hier also für „Mathema“, „das (von Gelehrten) zu Lernende“. Der Pythagorassatz ist historisch der erste wirklich verblüffende, unorganische Satz, und er ist das im logisch-genetischen Aufbau der Schulmathematik geblieben: erstes Zeichen empirisch unzugänglicher, aber empirisch folgenreicher Zusammenhänge hinter den Dingen, der erste theoretische Pfahl im Fleische der Naturbeobachtung und die erste nachdrückliche Einladung zum theoriegeleiteten Forschen. Wir wissen bis heute nicht, wer wann den Satz entdeckt hat und wie er aus empirischer Praxis heraus entdeckt werden könnte. Vielleicht ist er noch älter als unsere geschichtliche Überlieferung³³, trotzdem ist es sehr treffend, ihn über Pythagoras mit den Ursprüngen wissenschaftlichen Denkens zu verbinden. Wie kann man etwaigen Lebewesen auf fremden Planeten ein kompaktes Bild vom Menschen übermitteln? Man nehme für's Äußere da Vincis Vitruvskizze, und für's Innere die Pythagorasfigur.³⁴ Seit 1977 tragen zwei Voyagersonden dieses Bild des Menschen ins Universum.

Was hat der „höhere“ Mathematikunterricht einer breiteren Öffentlichkeit an Unverwechselbarem, an Unersetzlichem und Bedeutsamem zu sagen? Das Geschäft höherer Mathematik ist von kalkulierbarer Abstraktion geprägt. Abstraktion ist Voraussetzung für theoriegeleitetes Handeln, das seinerseits konstitutiv für das soziale Miteinander in jeder demokratischen Gesellschaftsform nach heutigem Verständnis ist. Mathematische Abstraktion gehört freilich dann und nur dann in Allgemeinbildungsprogramme, wenn sie nicht als esoterischer Selbstzweck von Spezialistengruppen, sondern als Bestandteil geistiger Grundausbildung begriffen wird. Abstraktion ist nicht an sich für alle wertvoll, sie muß von allgemeiner Bedeutung sein, und das verweist uns entweder auf aktuelle Anwendungserfolge im Großen, die im Rahmen des traditionellen, logisch-genetischen Lehrgangs „von Grund auf“ selten erreichbar sind, oder auf Einflüsse, die sich langfristig bewährt haben und deshalb erheblich Nachwirkungen im kollektiven Bewußtsein vermuten lassen.

„Höherer“ Mathematikunterricht für alle läßt sich dauerhaft weder durch Verweis auf irgendwelche Anwendungsbeispiele noch durch standhaftes Absingen von Hymnen auf die Schönheit abstrakter Theoriegebäude rechtfertigen. Er

³² Vgl. dazu Artmann 1994.

³³ Vgl. van der Waerden 1983.

³⁴ Vgl. dazu Baptist 1997, S. 27f. Im selben Buch, auf den Seiten 67f., findet man eine schöne Antizipation der berühmten Gleichung $E = mc^2$, die schon der jugendliche Einstein für einen eigenen Beweis des Pythagorassatzes aufgeschrieben haben soll.

muß sich entweder ins Wahlprogramm abschieben lassen oder deutlich machen, inwiefern seine wichtigsten Unterrichtsinhalte pädagogisch oder gesellschaftlich konstitutiv sind. „Höherer“ Mathematikunterricht ist der Allgemeinheit dann und nur dann zumutbar, wenn seine Inhalte in den Augen der Allgemeinheit als bedeutsam erscheinen können – und das, ohne hinter irgendwelche Berge verweisen zu müssen. Für ein „adäquates Bild von Mathematik“, dessen Vermittlung viele Didaktiker als höchstes Unterrichtsziel ausgeben, besteht nur solange öffentlicher Bedarf, wie die Öffentlichkeit glauben kann, daß (Schul-)Mathematik allgemeine Bedeutung hat. Daß dem so ist und daß sich diese Bedeutung nicht in Auslese-, Prüfungs- und Berufszwecken erschöpft, erklärt die Schule offenbar so undeutlich, daß selbst Bildungsbürger aufs Hörensagen angewiesen sind. Es gilt also, abstraktere Unterrichtsinhalte so zu lehren, daß ihre allgemeinbildenden Funktionen erkennbarer werden. Auch die wesentlichen schulischen Inhalte der sogenannten Reinen Mathematik sollten deshalb im Pflichtbereich allgemeinbildender Schulen in „formaler Anwendungsorientierung“³⁵ gelehrt werden, d.h. explizit in ihren allgemeinbildenden, humanen Funktionen jenseits der Mathematik.

Welche Funktionen könnten das sein? Ich vermute, der pflichtmäßig weiterführende Mathematikunterricht könnte darauf selbstbewußt antworten und sich gesellschaftlich konsensfähig rechtfertigen, wenn die gebotene Mathematik in bemerkenswertem Umfang metaphorische Bedeutung für das kollektive Bewußtsein, epistemologische Kraft und/oder emanzipatorisches Potential aufzeigte. Was ich damit meine, habe ich schon am Beispiel des Pythagorassatzes anzudeuten versucht. Ich will es im folgenden noch ein wenig genauer erläutern.

„Das Wachstum der Sprache beruht auf der Metapher,“ schreibt der Princeton-Psychologe Julian Jaynes und fährt nach ausführlicher Begründung an anderer Stelle fort: „Eine Sache verstehen heißt eine Metapher für sie finden, indem wir etwas Vertrauterer an ihre Stelle setzen. Das Gefühl der Vertrautheit ist das Gefühl, verstanden zu haben.“ (Jaynes 1993, S. 66 bzw. S. 70) Jaynes zeigt: Sprachwandel ist Begriffswandel, und Begriffswandel ist Wahrnehmungs- und Verhaltenswandel. Metaphern sind Bezeichnungen für (Gedanken-)Dinge durch andere (Gedanken-)Dinge, und „das Bewußtsein ist aus solchem Stoff, wie Dichtung ist“ (ebenda, S. 77).

Jede lebendige Sprache enthält mathematische Konnotationen, die meist „zwischen den Zeilen“ weitergereicht werden, man denke etwa an tiefere Schichten von Maß, Größe, Verhältnis, Funktionieren, Symmetrie, Ähnlichkeit, Harmonie, Niveau, (Zeit-)Raum(!), Gesetz, Beweis usw. Es läßt sich nun sicher trefflich darüber streiten, ob solche Feinheiten und ggfs. welche im Mathematikunterricht allgemeinverbindlich expliziert werden sollen. Viel wichtiger als bewußte Kenntnisnahme impliziten Wissens (Polanyi 1969), das Mathematik in der heutigen Umgangs-, Wissenschafts-, Wirtschafts-, Rechts- und/oder Kul-

tursprache hinterlegt hat, ist, daß dem auch ein mächtiges konstruktives Potential für jede künftige Entwicklung des kollektiven Bewußtseins entspricht, dem sich kein Individualbewußtsein entziehen kann, weil es uns zwar freisteht zu sehen, aber nicht zu hören.

Welche Metaphern über Tradierung verstanden werden oder werden sollen, entscheidet über die Verbreitung aktiven Besitzes einer Kultur und nimmt Einfluß auf deren künftige Entwicklung. Indem z.B. mathematische Begriffs-, Denk- und Theorieformen andere Wissens- und Wissenschaftsgebiete durchdringen, fließen sie ohnehin metaphorisch in das ein, was kollektiv als Wirklichkeit akzeptiert, antizipiert oder toleriert wird, denn jede Art von Bewußtsein enthält Funktionselemente der sozialen Kontrolle. Möglicherweise ist das – wie Jaynes behauptet – sein ursprünglicher und eigentlicher Sinn. Bewußtsein ist jedenfalls „ein Operator, kein Ding, kein Speicher, kein Trägergerät und keine Funktion (der Wahrnehmungen; L.F.). Es operiert im Medium der Analogie, indem es einen Analograum konstruiert, zu dem ein Analogon 'ich' gehört, das diesen Raum zu beobachten und sich metaphorisch darin zu bewegen vermag. Sein Operationsbereich umfaßt jegliches Handeln; es exzerpiert die relevanten Aspekte seiner Operanten (Wahrnehmungen, Erinnerungen usw.; L.F.) und stiftet durch Narrativierung und durch Kompatibilisierung zwischen jenen einen Zusammenhang in einem Metaphernraum, wo derlei Bedeutungszusammenhänge manipuliert werden können wie Dinge im realen Raum... Bewußtsein als ein per Metapher erzeugtes Modell der Welt... eine Analogwelt auf sprachlicher Basis – eine Parallele zur Verhaltenswelt in exakt dem gleichen Sinn, wie man die Mathematik als Parallele zum quantitativen Aspekt der Dingwelt betrachten kann...“ (ebenda, S. 86f.)

Weiterführende Reine Mathematik klassifiziert Phänomene, Wahrnehmungsgestalten und Denkformen, und sie narrativiert sie – um es in der Sprache Jaynes' auszudrücken – in argumentativen Zusammenhängen. Dazu fixiert sie Abstraktionen und sucht nach logischen Abhängigkeiten zwischen diesen Abstraktionen, um sie kalkulierbar zu machen. Mathematik betreibt also zielbewußt Sprachschöpfung, kalkulierbare Metaphorik auf Vorrat sozusagen³⁶, deren sich unsere Alltagsvorstellungen längst bedient haben und deren sich künftiges Alltagsbewußtsein – vielleicht über die Vermittlung anderer Wissenschaften – bedienen mag. Mathematisieren heißt demnach Metaphorisieren, Assoziationen stiften und Wirklichkeiten im Bewußtsein ordnen, überschaubar und möglichst zuverlässig berechenbar machen. Daß unsere Wahrnehmung und Konstruktion der sogenannten „Wirklichkeit“ tatsächlich eminent mathematische Züge aufweist und alles andere als biologisch determiniert ist, haben uns Gestalt- und Entwicklungspsychologie im zwanzigsten Jahrhundert ebenso deutlich vor Augen geführt wie Physik, Physiologie, Informatik oder auch die Kulturgeschichte des Altertums (vgl. dazu etwa Brunner-Traut 1996). Weiterführender

³⁵ Zur näheren Begriffsbestimmung s. Führer 1997a.

³⁶ Vgl. dazu etwa, Manin 1990, Mehrtens 1990 und 1993.

Mathematikunterricht vermittelt sprachlich-gedankliche Ordnungswerkzeuge, Metaphern und Theorieformen, deren Konnotationsreichtum über die ganze Zivilisationsgeschichte gereift ist. Mathematikunterricht enkulturiert, indem er die vorgefundene Metaphorik im kollektiven Bewußtsein zugleich verständlich macht und als kollektives Verständigungsmittel konserviert.

Epistemologische Kraft beweist Mathematik immer dann, wenn die Theorie selbst als Anwendungsprozeß fungiert. Dies ist der Fall, wenn mathematische Begriffsbildungen, Methoden oder Theorien als Muster anderer Begriffs-, Wissenschafts- oder Theoriebildungsprozesse fungieren; und dies ist geradezu unvermeidlich der Fall, wenn über Gewohnheiten, Möglichkeiten und Fähigkeiten des Denkens selbst reflektiert werden soll. Ich habe diese Gesichtspunkte an anderer Stelle näher ausgeführt³⁷ und möchte hier nur einen Aspekt besonders unterstreichen: Wäre die Gewohnheit des Beweisens nur Mathematiker-Attitüde, motiviert entweder aus einem geradezu krankhaft kleinkarierten Sicherheitsbedürfnis oder aus einem übersteigerten Interesse an absoluten, aber exotischen Wahrheiten, dann gehörten Beweisvorführungen mit Recht zum jederzeit disponiblen Gelegenheits-Infotainment. Beweise, als Charakteristika nicht-utilitärer Mathematik, gehören dann und nur dann in den weiterführenden Pflichtbereich von Sekundarstufen, wenn sie mehr tun als „Wahrheiten“ abzusichern, wenn sie nämlich als Bemühungen um inter- und innersubjektive „Gewißheit“ begriffen werden. Ich glaube, zum Wenigen, dessen sich *alle Menschen* noch gewiß sein können, gehören in diesem Sinne mathematisch-streng beweisbare Sätze, und dies mag der tiefere Grund dafür sein, daß der Satz „von Pythagoras“ seit vier- oder zehntausend Jahren in aller Welt überliefert und seit zweieinhalbtausend mathematisch begründet wird. Man kann den epistemologischen Gewinn, den das Beweisen anstrebt, freilich allenfalls über das Beweisen und nicht über Beweise vermitteln. Meinungen, Überzeugungen und Wissen begründen zu *wollen*, ist ein Ziel demokratischer Erziehung, es in dieser epistemologischen Tiefe (gelegentlich) auch zu *können*, sollte nicht wieder zum Herrschaftswissen verkommen, denn es setzt Maßstäbe jenseits aller Staatsmacht.

Emanzipatorisches, mathematikgebundenes Potential steckt nicht nur in mathematischen Möglichkeiten, Abhängigkeitsverhältnisse funktionell, kausal oder auch stochastisch zu modellieren und damit – je nach Unterrichtswirklichkeit – zur Aufklärung oder Volksverdummung beizutragen³⁸. Es findet sich auch an einigen Schaltstellen der Kulturgeschichte, die dem kollektiven Bewußtsein nicht entfallen sollten. Dazu gehören z.B. die Entstehung des Wissenschaftsglaubens bei den Pythagoreern und die Republikanisierung des Mit- und Nachrechnens durch Adam Ries und seine Kollegen; dazu gehört die Rolle des Theologieersatzes im Kampf um die kopernikanische Wende; dazu gehören Muster aufgeklärten Argumentierens seit der französischen Revolution; dazu gehört der

³⁷Vgl. Abschnitt 6.4 in Führer 1997a.

³⁸Vgl. Abschnitt 7.1 in Führer 1997a.

Aufstieg der mathematischen Makroökonomie in den letzten zweihundert Jahren; dazu gehört die Analyse induktiven Schließens im Anschluß an Bayes, und dazu gehört als Warnung vor Anwendungseuphorie einiges über die Schädelmessung und über die Geburt der schließenden Statistik (auch) aus dem Geiste des Sozialdarwinismus. Vielleicht sollte man auch Vorschlägen von Yuri Manin und Konrad Jacobs folgen, die Arrows Satz vom Diktator hervorheben bzw. Optimierungsfragen in den provozierenden Kontext der Entscheidungstheorie stellen.³⁹ Unausgeschöpftes emanzipatorisches Potential sehe ich nicht zuletzt in zwei äußerst lebensnahen Grundideen aller Angewandten Mathematik, die auch die Pädagogik allen Mathematikunterrichts fördern könnten: 1. Mache Fehler, aber kontrolliere sie möglichst scharf! 2. Rechne soviel du willst und so geschickt du kannst, aber glaube nicht, dein Ergebnis habe ohne deine Interpretation irgendeine nennenswerte Bedeutung außerhalb der Mathematik (oder Schule).

Zusammenfassung

Es ist mir klar, daß mein Begründungsvorschlag viele Fragen und Probleme aufwirft. Er verlangt zunächst eine Überprüfung des herkömmlichen Schulstoffs, um metaphorische, epistemologische oder emanzipatorische Bedeutungen an geeigneten Stellen zu akzentuieren. Über einen geeigneten Katalog „fundamentaler Ideen“⁴⁰, der die mathematische Substanz sichern soll, könnte dann mittelfristig versucht werden, den traditionellen Aufbau „von Grund auf“ durch ein exemplarisches Vorgehen zu ersetzen, das schrittweise Argumentations- und Abstraktionsförderung implizit verfolgt. Auf Dauer wird man den traditionellen logisch-genetischen Aufbau verlassen müssen, um auch über solche mathematischen Themen substanziell reden zu können, die seit dem 18. Jahrhundert globale Bedeutung erlangt haben.

Vielleicht verweist mein Begründungsvorschlag in manchem auch zu deutlich auf Geschichtliches. Wer jedoch meiner These zustimmt, daß sich der weiterführende Mathematikunterricht durch Explikation allgemeiner Bedeutungen legitimieren sollte, der wird kaum umhin kommen, neben aktuelle Bedeutungen solche zu stellen, die sich als dauerhaft erwiesen haben, indem sie kollektives Bewußtsein mitgeprägt haben. „Höherer“ Mathematikunterricht kann für die Allgemeinheit nicht zwingend aus spezialistischen Anwendungen, aus Freude an der Mathematik oder aus Berufspropädeutik auf Vorrat gerechtfertigt werden, er muß als soziale Aufgabe begriffen und in diesem Sinne verteidigt werden können. Deshalb plädiere ich inhaltlich für allgemeinverbindlichen Unterricht in mathematischer Abstraktion und didaktisch für „formale Anwendungsorientierung“. Mathematik, die in der Schule nicht zeigen kann, was sie jenseits der Mathematik bedeutet, mag aus diesen oder jenen Gründen ehrenwert, anregend oder gar notwendig bleiben, sie liefert aber allenfalls spitzfindige, zweifelhafte

³⁹Vgl. Manin 1990 und Jacobs 1987.

⁴⁰Vgl. dazu etwa Kapitel 6.2 in Führer 1997a.

oder schiefe und damit wacklige Begründungen für Mathematik als Pflichtfach. Die öffentliche Meinung vom Mathematikunterricht sollte uns warnen.

Ich hatte eingangs behauptet, die unverkennbare Krise des weiterführenden Mathematikunterrichts sei zu vielleicht zwei Dritteln außerfachlicher Natur, und ich habe das heutige bildungspolitische Klima als anwenderfreundlich und als theoriefeindlich eingeschätzt. Wer in diesem Klima ernsthaft für die allgemeine Verbreitung von Abstraktion eintritt, bekommt es früher oder später mit dem reformpädagogischen Konformitätstrend zu Anschaulichkeit und Utilitarismus zu tun. Diesen Trend halte ich für gefährlich, weil sozial destruktiv. Er bedroht nicht nur den Unterricht in weiterführender Mathematik, sondern alle Bemühungen um Republikanisierung abstrakteren Wissens. Die Krise des Mathematikunterrichts ist nicht nur hausgemacht, sie ist in erheblichem Maße Spiegelung sozialer Gedankenlosigkeit.

Leider ist der Zusammenhang nicht trivial. Ich will deshalb versuchen, noch einmal die entscheidenden Punkte herauszuarbeiten. Allgemeine Bildungsarbeit soll sozialisieren und enkulturieren. Über die Teilnahme am Wirtschaftsleben und über die Einpassung ins gesellschaftliche Leben hinaus muß ein Mindestmaß an Teilhabe an der Kultur vermittelt werden, wenn die Republik Sache des Volkes bleiben soll. Das ist eine Erziehungsfrage, die einen gesellschaftlichen Konsens jenseits aller Motivationskünste voraussetzt, wie schon Rousseau bemerkte. Nimmt man „Kultur“ als gewachsenes Konglomerat von Zeichen, Bezeichnungen, Schemata, Konnotationen und Metaphern, die von einer mehr oder minder losen Gemeinschaft benutzt und verstanden werden, dann bedeutet „Teilhabe“ nicht mehr und nicht weniger als die Befähigung, sich als Teil dieser Gemeinschaft fühlen, äußern und identifizieren zu können. Nur vom ernstgenommenen Bürger kann erwartet werden, für die ihm einsehbaren, originär „angeeigneten“ Sichtweisen, Begründungspflichten und Wertsetzungen der Gemeinschaft freiwillig einzustehen und dafür ggfs. auch persönliche Nachteile hinzunehmen. „Orientierungswissen“ ist das einzige bislang halbwegs erfolgreiche Mittel, mit dem immaterielle Werte zwangfrei erschlossen und tragfähig über die „Amour propre“ Rousseaus, den privaten Eigennutz, gesetzt werden können. Die geistigen Stützpfeiler der Demokratie sind Humanität und Rationalität, nicht Religionsunterricht und kommerzialisierte Chancenzuteilung. Das allgemeine Recht auf Bildung ist in Jahrhunderten erkämpft worden, die modernen Demokratien sind darüber hinaus auf eine Pflicht zur allgemeinen Bildung angewiesen. Wer dem zustimmt, sollte öffentliche Schulen besser nicht - wie derzeit in Mode - als Dienstleistungsbetriebe oder als paßgerechte Module eines kostengünstigen Qualifizierungssystems mißverstehen.

Daß formal-, material- und sozialbildende Elemente für alle Schüler optimal zu verbinden sind, galt in meiner Referendarzeit noch als pädagogische Binsenweisheit. Inzwischen kommen freilich wieder Tendenzen auf, „Massenbildung“ auf Material- und Sozialbildung zurückzustützen und damit das Problem selbst

zu beseitigen, statt es zu lösen. Dieses Vorgehen ist besonders volkstümlich, weil es mit ein wenig Etikettenschwindel allseitig spart, Bürger nach Brauchbarkeit klassifiziert und sozial destruktive Egozentrismen begünstigt. Es ist tief in unheiligen Traditionen des deutschen Schulwesens, Groß- und Bildungsbürgertums verwurzelt, und damit - leider unterbewußt - auch im Mandarinat der akademischen Pädagogik, Mathematik und Personalpolitik.

Es wäre sicher vermessen zu behaupten, unsere Demokratie würde zusammenbrechen, wenn man den allgemeinverbindlichen Mathematikunterricht mit Klasse 7 oder 8 gut sein ließe. So mancher real-existierende Mathematikunterricht schadet wohl auch mehr, als er nützt. Die öffentliche Diskussion verallgemeinert aber naturgemäß und zeigt gerade am „höheren“ Mathematikunterricht, wie sie künftig mit Abstraktionen umzugehen gedenkt. Davor sollten wir uns fürchten. Daß mit der Buchstabenrechnung oder Analysis Denkweisen verbunden sind, die abstraktere Argumentationen weit über den Tellerrand der Mathematik hinaus prägen, daß mit Pythagoras und den Pythagoreern Metaphern verbunden sind, die unserem Wissenschaftsvertrauen zugrunde liegen, daß Strukturierungen Wahrnehmungen verändern, all dies läßt sich in Zeitungsüberschriften nicht verteidigen, und in bildungspolitischen Diskussionen kaum, weil es nicht mehr „in“ ist und weil es der Mathematikunterricht zu wenig expliziert hat. Untertanen geht das alles wirklich nichts an. Es hat mit der Idee eines mündigen Bürgers zu tun, der mehr verantworten muß und kann als seine private Haushaltung. Wie kann er das, wenn ihm das Allgemeine nur noch als Besonderes zugemutet wird, nachdem er nicht einmal das Besondere wirklich beherrscht?

Lassen Sie mich mit einem Wort von Albert Einstein antworten, das ich kürzlich auf einer Postkarte fand: „Alles soll so einfach wie möglich gemacht werden - aber nicht einfacher.“

Literatur

- [1] Artmann, B.: Der Satz von Pythagoras als Paradigma für Mathematik. In: Mathematik in der Schule 32 (1994), S. 343-358.
- [2] Baptist, P.: Pythagoras und kein Ende? Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: Klett 1997.
- [3] Baumert, J., Lehmann, R. u.a.: TIMSS - Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Opladen: Budrich und Leske 1997.
- [4] Beaton, A.E., Mullis, I.V.S. et al.: IEA's Third International Mathematics and Science Study (TIMSS). Chestnut Hill, MA, USA: Boston College Nov. 1996.
- [5] Blankertz, H.: Bildung im Zeitalter der großen Industrie - Pädagogik, Schule und Berufsbildung im 19. Jahrhundert. Hannover: Schroedel 1967.
- [6] Brunner-Traut, E.: Frühformen des Erkennens - Aspekte im alten Ägypten. Darmstadt: Wiss. Buchges. (3. Aufl.): 1996.

- [7] Erklärung der Fachverbände DMV/GDM/MNU zu den Ergebnissen der internationalen Mathematikstudie TIMSS vom 19. Februar 1997: Schlechte Noten für den Mathematikunterricht in Deutschland - Anlaß und Chance für Innovationen. (Zitiert nach dem Abdruck in: DMV-Mitteilungen, Heft 2, 1997, S. 12f.)
- [8] Führer, L.: Pädagogik des Mathematikunterrichts. Wiesbaden: Vieweg 1997a.
- [9] Führer, L.: Von der Entsorgung mathematischer Bildung durch ihre Theorie (Rezension von H. W. Heymann 1996). In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 1997b, Heft 2, S. 53-61.
- [10] Giesecke, H.: Wozu ist die Schule da? Stuttgart: Klett-Cotta (2. Aufl.) 1997.
- [11] Heymann, H. W.: Allgemeinbildung und Mathematik. Weinheim: Beltz, 1996.
- [12] Heymann, H. W.: Der neue Lehrplan für die Gesamtschulen in Nordrhein-Westfalen. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker, 1997, S. 215-218.
- [13] Jacobs, K.: Resultate, Ideen und Entwicklungen in der Mathematik, Band 1. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg 1987.
- [14] Jahnke, H.N.: Mathematik und Bildung in der Humboldtschen Reform. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht 1990.
- [15] Jaynes, J.: Der Ursprung des Bewußtseins. Reinbeck: Rowohlt 1993 (amer. Original 1976).
- [16] Kreuzer, H. (Hrsg.): Die zwei Kulturen - Literarische und naturwissenschaftliche Intelligenz - C.P. Snows These in der Diskussion. München: dtv 1987.
- [17] Manin, Y.I.: Mathematics as Metaphor. In: Proceedings of the International Congress of Mathematicians. Kyoto: August 1990, S. 1665-1672.
- [18] Mehrtens, H.: Moderne - Sprache - Mathematik... Frankfurt am Main: Suhrkamp 1990.
- [19] Mehrtens, H.: Nachwort. In J. D. Barrow: Warum die Welt mathematisch ist. Frankfurt am Main: Campus 1993.
- [20] Mittelstraß, J.: Wissenschaft als Lebensform. Frankfurt am Main: Suhrkamp 1982.
- [21] Pahl, F.: Geschichte des naturwissenschaftlichen und mathematischen Unterrichts. Leipzig: Quelle & Meyer 1913.
- [22] Polanyi, M.: Implizites Wissen. Frankfurt am Main: Suhrkamp 1969.
- [23] Ringer, F.K.: Die Gelehrten - Der Niedergang der deutschen Mandarine 1890-1933. Stuttgart: Klett 1983 (auch als Taschenbuch 1987 bei dtv/Klett-Cotta erschienen).
- [24] Sekretariat der KMK: Ergebnisse und Auswirkungen der Dritten Internationalen Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie (TIMSS) ... - Berichterstattung über die Anhörung am 26./27.06.1997 und Überlegungen zum weiteren Verfahren. (Unveröff. Vorlage zur Amtschefkonferenz am 11./12.09.1997.)
- [25] Sekretariat der KMK: Vorlage TO 326 zur 152. Amtschefkonferenz am 06./07.11.1997 (Stand 27.10.97).

- [26] Stewart, I.: Mathematik - Probleme, Themen, Fragen. Basel u.a.: Birkhäuser, 1990.
- [27] TIMSS Mathematics Items: Released Set for Population 2 (Seventh and Eighth Grades). Internet: <http://wwwwcsteep.edu/TIMSS1/TIMSSPublications.html>.
- [28] Waerden, B. L. van der: Geometry and Algebra in Ancient Civilisations. Berlin u.a.: Springer 1983.

Eingegangen am: 20.1.98.

Adresse des Autors: Lutz Führer, Institut für Didaktik der Mathematik der J. W. Goethe-Universität, Senckenberganlage 9, 60054 Frankfurt am Main